

## Posouzení vlivu generalizace převodních tabulek na přesnost zpřesněné globální transformace

Ing. Jan Řezníček, Ph.D.,  
Zeměměřický úřad

### Abstrakt

Počátkem roku 2018 byla zavedena do praxe nová verze převodních tabulek pro zpřesněnou globální transformaci mezi referenčními systémy ETRS89 a S-JTSK označená 2017-10. Tabulky vyjadřují průběh lokálních deformací S-JTSK prostřednictvím souřadnicových odchylek mezi oběma systémy. Verze 2017-10 byla oproti předchozím verzím vypočtena z redukovaného souboru identických bodů a vůči předchozím verzím dosahuje i lepší hladkosti, tj. plynulosti změn souřadnicových odchylek. Článek se zabývá možností generalizace převodních tabulek, která by vedla k jejich dalšímu vyhlazení, s ohledem na výslednou přesnost zpřesněné globální transformace v důsledku takového vyhlazení.

### Assessment of the Influence of Generalization of the Transformation Tables to the Accuracy of the Refined Global Transformation

### Abstract

In the beginning of 2018 new version of transformation tables for refined global transformation between reference systems ETRS89 and S-JTSK, marked 2017-10, was introduced to geodetic practice. The tables express the course of local deformations of S-JTSK through the coordinate differences between the two systems. Comparing the 2017-10 version to previous ones, this was computed from reduced set of identical points and achieves better smoothness, i.e. fluency of changes of coordinate differences than the previous versions. The article deals with possible generalization of transformation tables, which would lead to further smoothing out of transformation tables with regard to final accuracy of refined global transformation due to such a smoothing out.

**Keywords:** GNSS, geodetic reference systems, ETRS89, S-JTSK

#### 1. Úvod do problematiky

Převodní tabulky jsou vytvářeny pro účely tzv. zpřesněné globální transformace mezi Evropským terestrickým referenčním systémem (ETRS89) a Souřadnicovým systémem Jednotné trigonometrické sítě katastrální (S-JTSK). Vyjadřují průběh lokálních deformací S-JTSK vůči ETRS89 (resp. pracovnímu systému S-JTSK/05) prostřednictvím souřadnicových odchylek. Převodní tabulky mají podobu pravidelné čtvercové mřížky s rozestupy uzlových bodů 2 x 2 km, přičemž hodnoty v uzlech mřížky reprezentují hodnoty deformací v dané lokalitě. Převodní tabulky jsou počítány z pole identických bodů – trigonometrických bodů (TB), případně i zhušťovacích bodů (ZhB). Metodika zpřesněné globální transformace včetně uplatnění převodních tabulek v rámci této transformace je popsána v [1]. Aktuálně platné převodní tabulky nesou označení verze 2017-10 a byly zavedeny do praxe Českým úřadem zeměměřic-kým a katastrálním (ČÚZK) k 1. 1. 2018. Způsob výpočtu těchto tabulek včetně prováděných kontrol je popsán v [2].

#### 1.1 Lokální deformace a parametry převodních tabulek

Hodnoty lokálních deformací S-JTSK se na území české republiky (ČR) mění v rozmezí cca 0 – 0,5 m, jak ukazuje obr. 1, který je grafickým vyjádřením souřadnicových odchylek převodních tabulek verze 2017-10. Přesnost převodních tabulek verze 2017-10 je charakterizovaná střední chybou v poloze  $m_p = 3,6$  cm. Byla určena na základě kontroly vnější přesnosti [2], v rámci které byly všem identic-

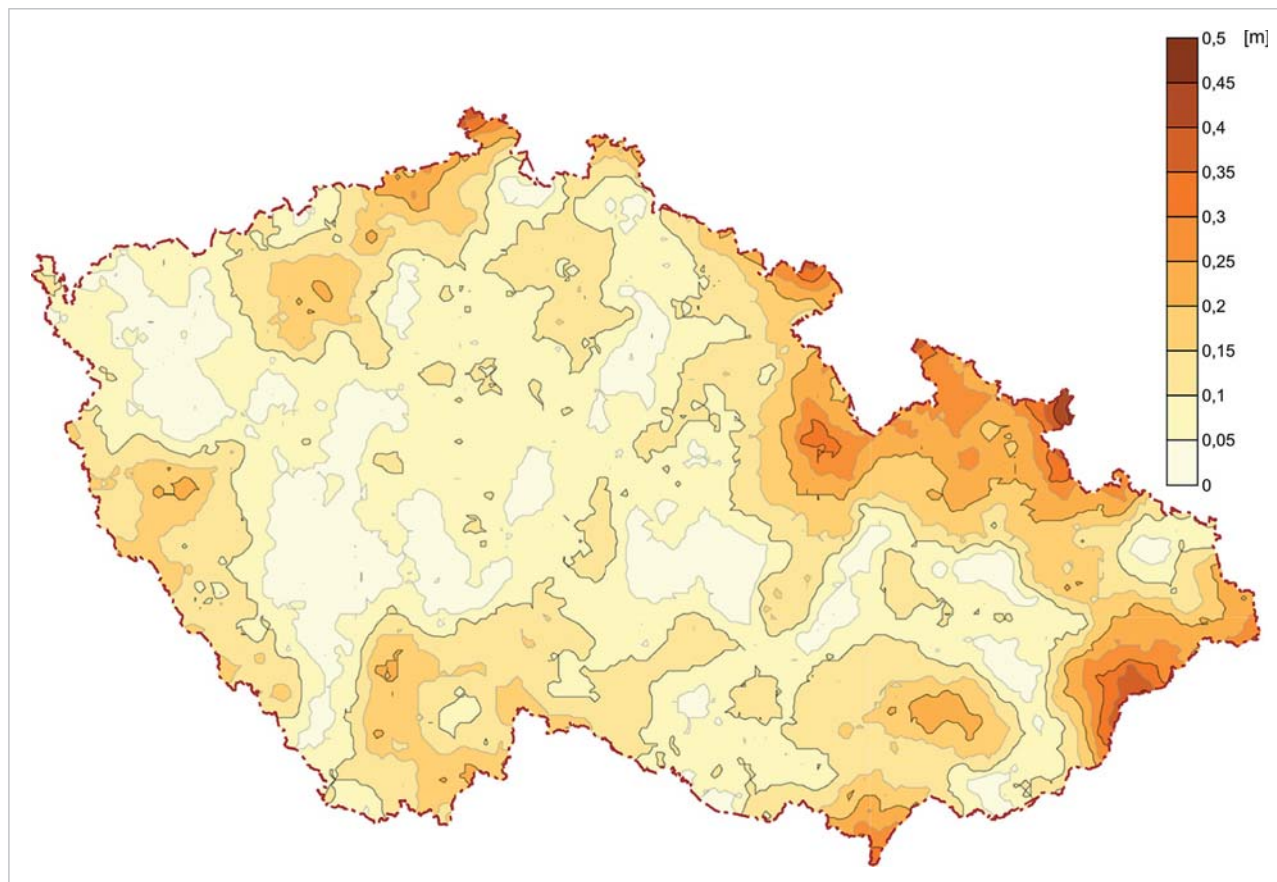
kým TB a ZhB, u nichž byly v Databázi bodových polí evidovány souřadnice S-JTSK i ETRS89, vypočteny rozdíly souřadnic S-JTSK daných a transformovaných z ETRS89 pomocí převodních tabulek.

Míru plynulosti změn souřadnicových odchylek mezi sousedními uzly převodních tabulek označujeme jako hladkost převodních tabulek. Na základě kontroly hladkosti převodních tabulek verze 2017-10 byla zjištěna průměrná hodnota změny souřadnicových odchylek mezi sousedními uzly 1,4 cm (tj. 0,7 cm na 1 km) a maximální hodnota této změny 14,6 cm [2].

Uvedené hodnoty přesnosti a hladkosti převodních tabulek plně vyhovují potřebám zpřesněné globální transformace v katastru nemovitostí. Podle Vyhlášky ČÚZK č. 31/1995 Sb. [3] lze takovou transformaci použít pro práce, pro které je postačující přesnost vyhovující střední souřadnicové chybě  $m_{xy} = 6$  cm (tj. střední chybě v poloze  $m_p = 8$  cm).

Přísnější nároky na parametry transformačních vztahů jsou obvykle kladeny v aplikacích inženýrské geodézie, kde se namísto zpřesněné globální transformace využívá lokální transformace s volbou identických bodů, popř. v kombinaci s vyrovnáním terestrických měření v účelových sítích. Zkreslením geometrie účelové sítě užitím zpřesněné globální transformace se zabýval např. příspěvek [4].

Specifické požadavky jsou pak kladeny v případě liniových staveb o délce řádově až desítek km (silnice, železnice). V příspěvku [5] byla formulována potřeba definice „jednotného transformačního klíče ČR“, který by splňoval na celém území ČR hladkost 0,5 cm na 1 km pro potřeby železniční geodézie.



Obr. 1 Průběh lokálních deformací S-JTSK vyjádřený pomocí převodních tabulek verze 2017-10, v metrech, [2]

## 1.2 Cíl příspěvku

Hladkost převodních tabulek není dána pouze vlastním rozložením deformací v rámci ČR, ale též způsobem výpočtu převodních tabulek. Oproti dříve platným verzím, které byly počítány z TB i ZhB, jsou převodní tabulky verze 2017-10 vypočteny z redukovaného počtu identických bodů (cca 4 000 TB) a ve srovnání s předchozími verzemi dosahují nejvyšší hladkosti.

Dalšího vyhlazení převodních tabulek přijatelného pro specifické geodetické aplikace lze docílit vhodně zvolenou generalizací během výpočtu převodních tabulek (volbou metody, parametrů, či počtu identických bodů). Lze však předpokládat, že další vyhlazení povede ve svém důsledku i k negativnímu efektu snížení přesnosti zpřesněné globální transformace, neboť generalizované převodní tabulky nebudou zachycovat skutečný, ale zjednodušený stav lokálních deformací S-JTSK.

Cílem příspěvku je proto vyčíslení popsaného negativního efektu, tj. přesnosti zpřesněné globální transformace provedené užitím generalizovaných převodních tabulek s různou mírou vyhlazení.

## 2. Generalizace převodních tabulek

Za účelem posouzení přesnosti byly nejprve vytvořeny generalizované převodní tabulky s různou mírou vyhlazení. Přitom byly otestovány dva postupy generalizace popsa-

né v dalším textu. V obou případech byl zachován postup výpočtu převodních tabulek verze 2017-10 (resp. verzí předchozích), avšak s účelovou změnou některých parametrů. Zachován byl rozestup převodních tabulek 2 x 2 km, také vstupní soubor identických bodů byl obdobný, jako v případě převodních tabulek verze 2017-10, tedy cca 4000 TB. Zároveň byl využit dosavadní iterační postup výpočtu převodních tabulek, kdy jsou v rámci každé iterace vygenerovány převodní tabulky, prostřednictvím kterých jsou následně porovnány dané souřadnice všech vstupních identických bodů se souřadnicemi transformovanými pomocí těchto tabulek. Pokud u některého z bodů rozdíl daných a transformovaných souřadnic překročí mezní polohovou odchylku  $d_{MEZ}$ , bod se z další iterace (a tím i celého výpočtu převodních tabulek) vyřadí.

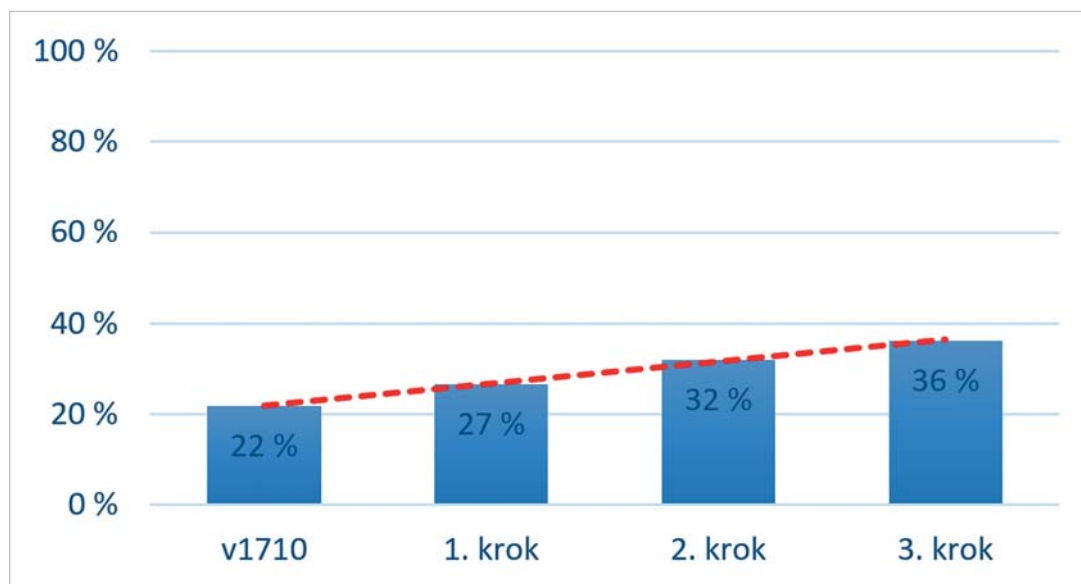
### 2.1 Generalizace vyhlazením souřadnic S-JTSK vstupního souboru identických bodů

Nejprve byl otestován postup generalizace založený na „vyhlazení“ souřadnic S-JTSK vstupních identických bodů. Celkem byly vypočteny 3 varianty převodních tabulek s postupným vyhlazením, kdy do výpočtu vstupovaly v každém kroku namísto daných souřadnic S-JTSK identických bodů jejich vyhlazené souřadnice S-JTSK transformované z daných souřadnic ETRS89 užitím převodních tabulek vypočtených v předchozím kroku. Tímto postupem byly:

- v 1. kroku vypočteny převodní tabulky tak, že namísto daných souřadnic S-JTSK identických bodů vstupovaly

**Tab. 1** Charakteristiky převodních tabulek generalizovaných vyhlazením souřadnic S-JTSK vstupního souboru identických bodů

označení tabulek	hladkost [cm]		četnost rozdílů polohových oprav [%]	přesnost [cm]
	průměrná hodnota rozdílů ve směru Y/X	maximální hodnota rozdílů ve směru Y/X	0-0,5 [cm/km]	$m_p$
verze 2017-10	1,4	15,6	22 %	3,6
1. krok	1,2	15,0	27 %	3,6
2. krok	1,1	14,8	32 %	3,7
3. krok	1,1	14,9	36 %	3,7

**Obr. 2** Generalizace převodních tabulek vyhlazením souřadnic S-JTSK vstupního souboru identických bodů – trend vyhlazení vyjádřený četností rozdílů polohových oprav 0-0,5 cm/1 km

do výpočtu souřadnice S-JTSK transformované z daných souřadnic ETRS89 pomocí převodních tabulek verze 2017-10;

- ve 2. kroku byly vypočteny převodní tabulky tak, že do výpočtu vstupovaly souřadnice S-JTSK identických bodů transformované z daných souřadnic ETRS89 pomocí převodních tabulek vypočtených v prvním kroku;
- ve 3. kroku byly vypočteny převodní tabulky tak, že do výpočtu vstupovaly souřadnice S-JTSK identických bodů transformované z daných souřadnic ETRS89 pomocí převodních tabulek vypočtených ve druhém kroku.

Při výpočtu převodních tabulek bylo aplikováno stejné územní omezení jako v případě platných převodních tabulek verze 2017-10, kdy byly k výpočtu jednotlivých uzlů tabulek použity identické TB umístěné ve vzdálenosti do 10 km od příslušného uzlu. Tento postup působí ve svém důsledku i celkové územní omezení výsledných tabulek, které mají přesah státních hranic ČR do vzdálenosti cca 10 km od hraniční čáry.

Pro každé z generalizovaných převodních tabulek byly vyčísleny hodnoty hladkosti a přesnosti, přičemž byly

aplikovány kontroly hladkosti a vnější přesnosti jako při výpočtu převodních tabulek verze 2017-10 (viz část 1.1). Pro posouzení hladkosti byla vyčíslena průměrná hodnota relativní změny souřadnicové odchylky mezi sousedními uzly převodních tabulek v obou souřadnicových osách, resp. maximální hodnota této změny. Pro názornost byla navíc vyčíslena i četnost rozdílů splňující hladkost formulovanou v [5], tj. hladkost 0,5 cm na 1 km. Pro posouzení přesnosti byla pro každou z generalizovaných převodních tabulek určena střední chyba v poloze  $m_p$ . Dosažené hodnoty ukazuje **tab. 1**, která obsahuje pro srovnání i stejné charakteristiky pro převodní tabulky verze 2017-10.

Dosažené četnosti ukazuje navíc graf na **obr. 2**, který ilustruje konvergenci zvoleného postupu. Jak je vidět z dosažených výsledků, tento postup generalizace sice vedl k postupnému vyhlazení převodních tabulek, avšak velice pomalu. K dosažení hladkosti do 0,5 cm / 1 km v 90 % případů uzlů tabulek by bylo potřeba spočítat ještě mnoho kroků (i pokud by byl zachován lineární trend výpočtu, který naznačuje **obr. 2**, pak minimálně 15 kroků). Postup se tak ukázal jako časově velmi náročný, uvážíme-li, že vy-

Tab. 2 Charakteristiky převodních tabulek generalizovaných zpřísněním kritéria pro vstup identických bodů

$d_p^{MEZ}$ [cm]	hladkost [cm]		četnost rozdílů polohových oprav [%]	přesnost [cm]		vyřazeno bodů
	průměrná hodnota rozdílů ve směru Y/X	maximální hodnota rozdílů ve směru Y/X		$m_p$	maximální hodnota polohové odchylky	
5	0,9	10,9	57 %	4,4	20	5 %
2,5	0,7	10,7	65 %	5,7	32	33 %
1	0,5	8,1	78 %	7,1	37	75 %
0,75	0,5	7,3	81 %	7,5	39	84 %
0,5	0,4	6,5	85 %	8	40	91 %
0,25	0,3	4,1	93 %	9,4	44	97 %
0,1	0,2	2,4	99 %	10,9	44	99 %
0,075	0,2	6,8	98 %	11,4	45	99,6 %

počet převodních tabulek se v každém kroku již sám o sobě skládá z několika iterací. Naproti tomu přesnost převodních tabulek se při tak nízkém stupni vyhlazení příliš nesnížila, ve 3. kroku dosahovala střední chyba v poloze stále příznivé hodnoty střední polohové chyby  $m_p = 3,7$  cm.

## 2.2 Generalizace nastavením přísnějšího kritéria pro vstup identických bodů

Dále byl otestován postup založený na zpřísnění kritéria mezní polohové odchylky  $d_p^{MEZ}$  pro vyřazení identického bodu z další iterace (viz část 2). V platné verzi převodních tabulek 2017-10 (i verzích předchozích) bylo kritérium nastaveno na hodnotu 5 cm. V rámci tohoto postupu bylo kritérium sníženo na zvolenou hodnotu nejprve 2,5 cm, dále na hodnoty 1 cm, 0,75 cm, 0,5 cm, 0,25 cm, 0,1 cm a 0,075 cm. Tímto způsobem bylo vygenerováno 7 různých verzí generalizovaných převodních tabulek. Opět byla sledována kvalita tabulek – jejich hladkost a přesnost pomocí popsáných kontrol hladkosti a vnější přesnosti.

Postupné snižování kritéria  $d_p^{MEZ}$  vedlo i k postupnému zvyšování procenta identických bodů vyřazených z výpočtu převodních tabulek, což ve svém důsledku znemožnilo aplikovat územní omezení 10 km pro výběr identických bodů jako při výpočtu převodních tabulek verze 2017-10. Při výpočtu všech převodních tabulek generalizovaných tímto postupem proto zmíněné územní omezení aplikováno nebylo, stejně jako v případě dříve platných verzí převodních tabulek. Pro srovnání hodnot hladkosti a přesnosti byly vypočteny i převodní tabulky s hodnotou kritéria  $d_p^{MEZ} = 5$  cm, avšak rovněž bez územního omezení.

Pro posouzení hladkosti a přesnosti generalizovaných tabulek byly využity stejné kontroly jako v předchozím postupu (část 2.1). Dosažené hodnoty ukazuje **tab. 2**. Pro lepší názornost jsou v případě přesnosti vedle středních polohových chyb uvedeny i maximální hodnoty polohových odchylek vypočtených v rámci kontroly vnější přesnosti z rozdílů daných a transformovaných souřadnic S-JTSK.

Obdobně jako v části 2.1 jsou graficky na **obr. 3** zobrazeny i dosažené četnosti rozdílů polohových oprav 0-0,5 cm/1 km, které ilustrují konvergenci zvoleného postupu.

Jak je vidět z dosažených výsledků, zvolený postup již směřoval k požadovanému cíli, kdy se s postupným zpřísněním zvyšovala hladkost tabulek. V případě tabulek s kritériem 0,25 cm, resp. 0,1 cm již byl dokonce u více než 90 % uzlů tabulek splněn požadavek na hladkost 0-0,5 cm/1 km. Naopak snížení hodnoty kritéria pod 0,1 cm již k dalšímu vyhlazení nevedlo.

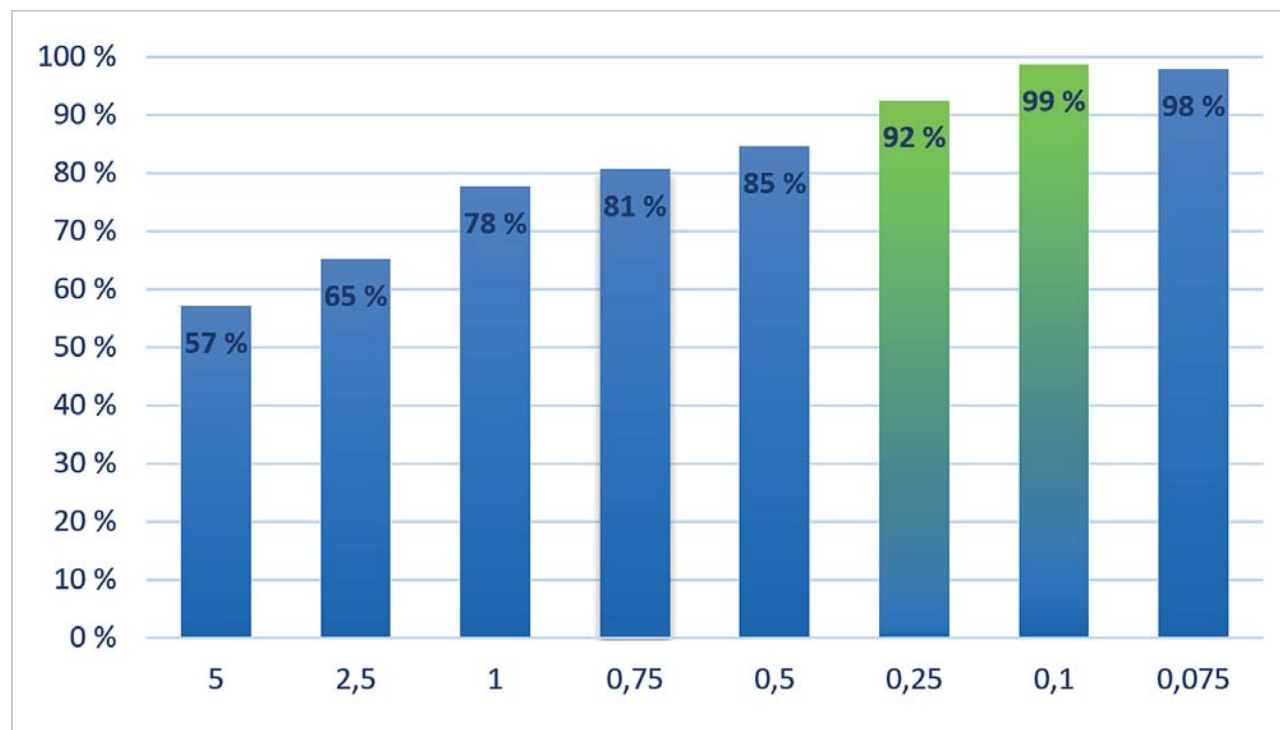
Z hlediska přesnosti generalizovaných tabulek došlo k očekávanému efektu, kdy se s vyšší mírou vyhlazení současně snižovala přesnost převodních tabulek. V případě tabulek s kritériem  $d_p^{MEZ} = 0,1$  cm již střední chyba v poloze přesahovala hodnotu  $m_p = 10$  cm.

Pro názornost jsou na **obr. 4 – obr. 7** generalizované převodní tabulky graficky znázorněny. Obrázky ukazují, jak generalizované převodní tabulky idealizují průběh lokálních deformací S-JTSK se zvyšující se mírou jejich vyhlazení, pokud postupně zpřísnujeme kritérium  $d_p^{MEZ}$  od hodnoty 2,5 cm (**obr. 4**) na hodnoty 0,75 cm (**obr. 5**), 0,25 cm (**obr. 6**) až na 0,1 cm (**obr. 7**).

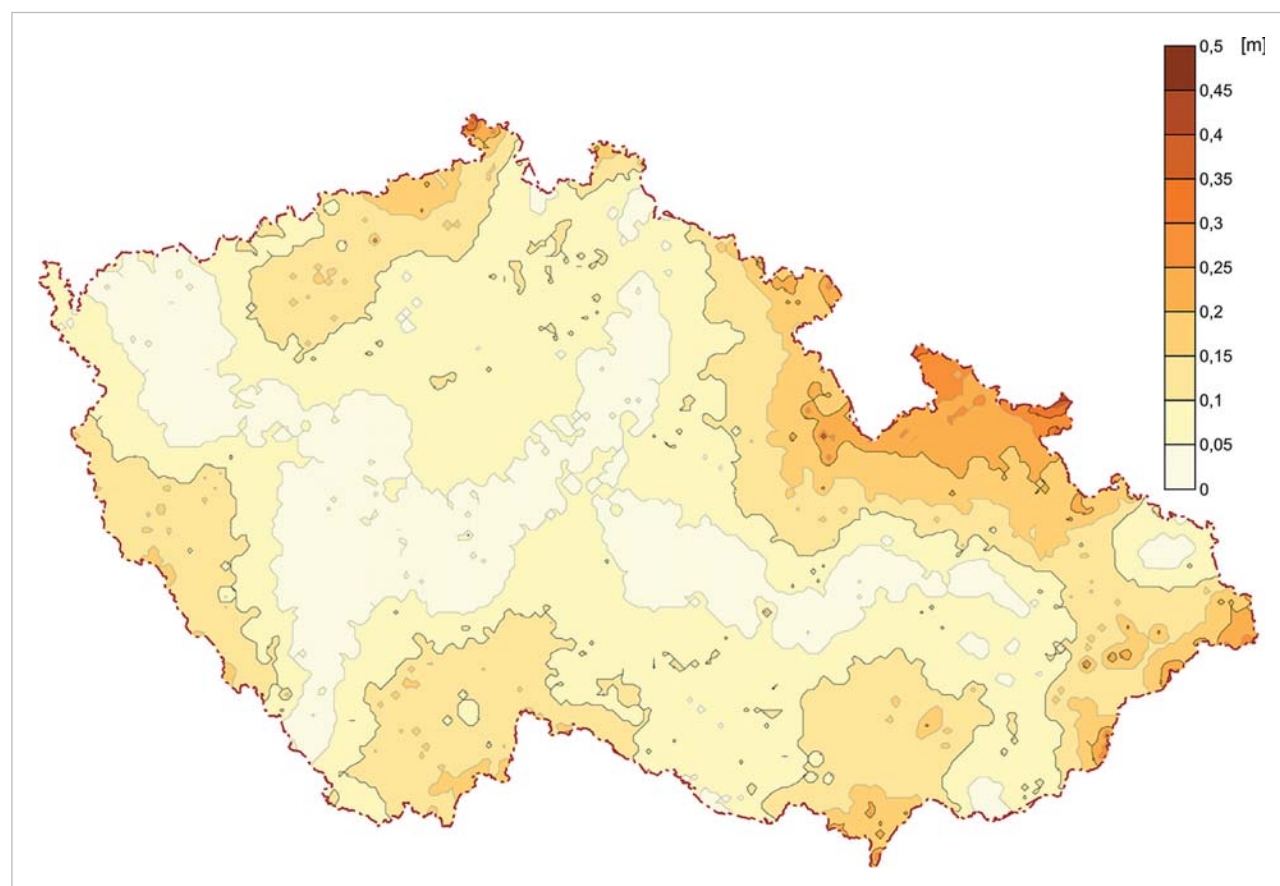
## 2.3 Transformace bez užití transformačních tabulek

Pro úplnost a názornost dosažených hodnot byl výčet možností doplněn i případem užití zpřesněné globální transformace bez užití převodních tabulek. V tomto případě se lokální deformace S-JTSK zcela zanedbají a hodnoty transformovaných souřadnic S-JTSK jsou identické se souřadnicemi S-JTSK/05 (pouze bez konstanty 5000 km, která se přidává k souřadnicím S-JTSK/05, aby nedošlo k záměně s S-JTSK). Možnostmi využití S-JTSK/05 se zabývala práce [6]. Aplikujeme-li kontrolu vnější přesnosti na stejný soubor identických bodů a dvojice souřadnic daných S-JTSK a S-JTSK/05 (bez konstanty 5 000 km), dostáváme hodnoty přesnosti, které ukazuje **tab. 3**.

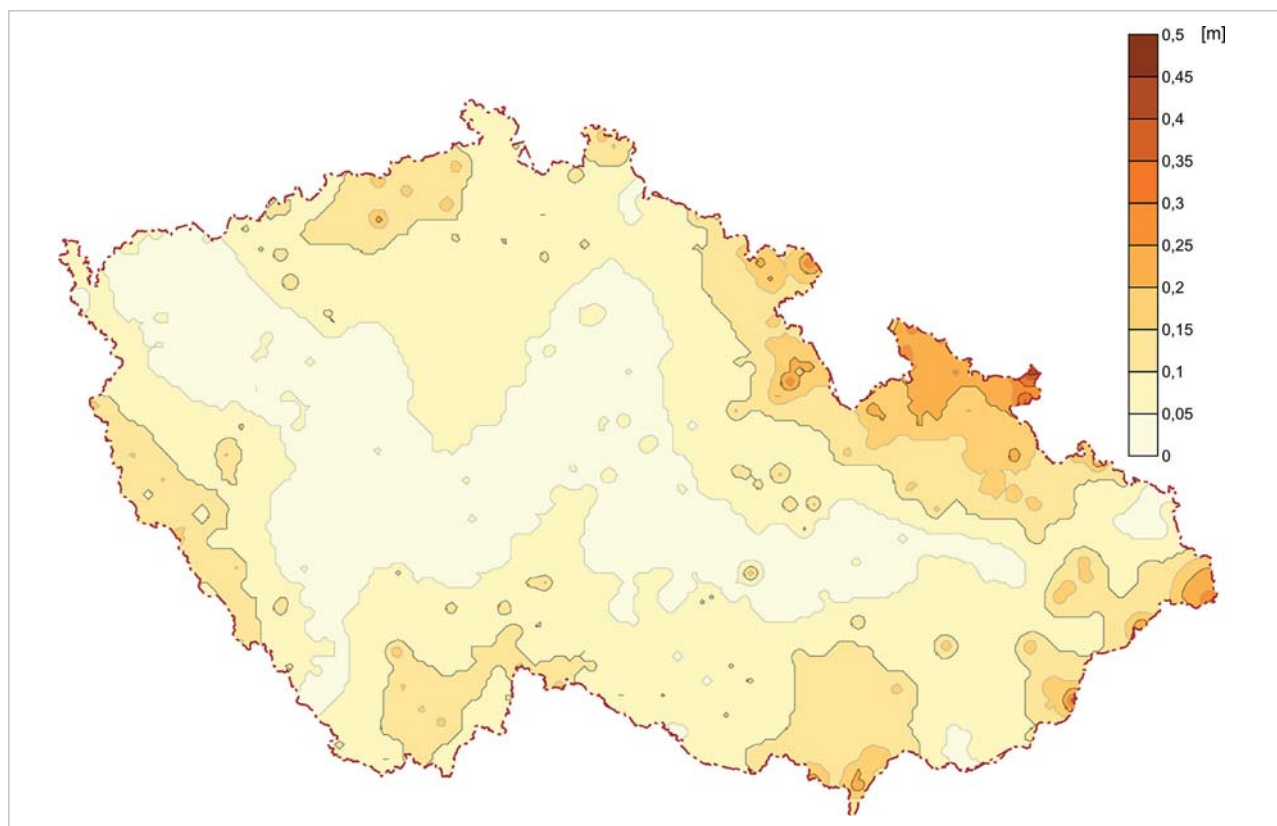




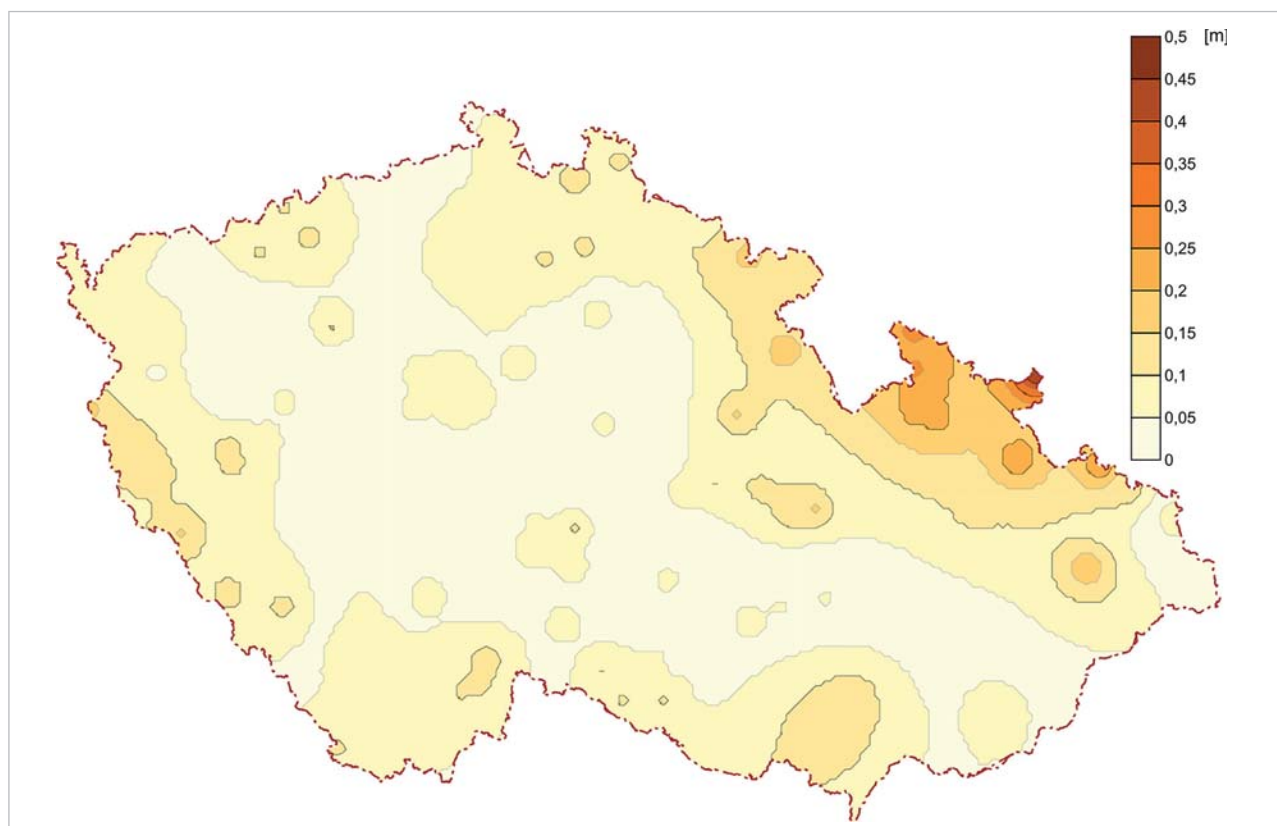
Obr. 3 Generalizace převodních tabulek zpřísněním kritéria pro vstup identických bodů – trend vyhlazení vyjádřený četností rozdílů polohových oprav 0-0,5 cm/1 km



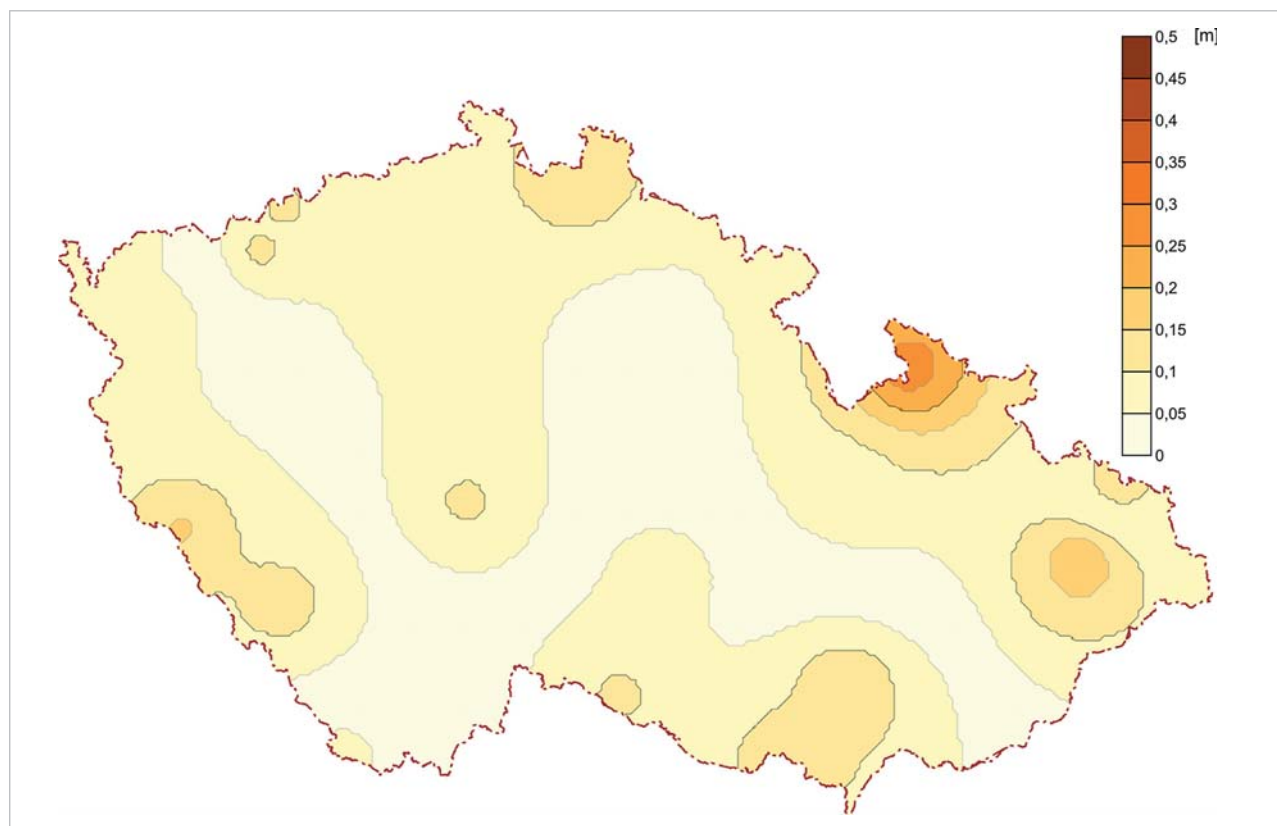
Obr. 4 Zidealizovaný vyhlazený průběh lokálních deformací S-JTSK (v metrech) vyjádřený pomocí převodních tabulek generalizovaných zpřísněním kritéria  $d_p^{MEZ}$  na hodnotu 2,5 cm



Obr. 5 Zidealizovaný vyhlazený průběh lokálních deformací S-JTSK (v metrech) vyjádřený pomocí převodních tabulek generalizovaných zpřísněním kritéria  $d_p^{MEZ}$  na hodnotu 0,75 cm



Obr. 6 Zidealizovaný vyhlazený průběh lokálních deformací S-JTSK (v metrech) vyjádřený pomocí převodních tabulek generalizovaných zpřísněním kritéria  $d_p^{MEZ}$  na hodnotu 0,25 cm



Obr. 7 Zidealizovaný vyhlazený průběh lokálních deformací S-JTSK (v metrech) vyjádřený pomocí převodních tabulek generalizovaných zpřísněním kritéria  $d_p^{MEZ}$  na hodnotu 0,1 cm

Tab. 3 Přesnost transformace provedené bez převodních tabulek

přesnost [cm]	
$m_p$	maximální hodnota polohové odchylky
13,4	50

### 3. Závěr

Záměrem příspěvku bylo posoudit možnost generalizace převodních tabulek, který by vedl k jejich dalšímu vyhlazení, za účelem jejich využití pro speciální geodetické aplikace. Cílem příspěvku bylo posoudit zejména negativní efekt generalizace, kterým je snížení přesnosti zpřesněné globální transformace provedené užitím generalizovaných převodních tabulek.

K vyhlazení převodních tabulek byly otestovány dva postupy. Ukázalo se, že na vyhlazení nemá zásadní vliv, pokud se před výpočtem převodních tabulek „vyhladí“ vstupní souřadnice identických bodů užitím převodních tabulek vypočtených v předchozím kroku. K účinnému vyhlazení převodních tabulek vedl postup při zpřísnění kritéria dopustné odchylky pro vstup identických bodů, jehož aplikací docházelo při vyšší míře vyhlazení i k vysokému procentu vyřazení identických bodů vstupujících do výpočtu.

Současně se potvrdil předpoklad, že s vysokým vyhlazením převodních tabulek již dochází k výraznému snížení přesnosti zpřesněné globální transformace. V extrémních případech vyhlazení je již dokonce přesnost srovnatelná s přesností transformace bez použití převodních tabulek

(tj. transformace do S-JTSK/05) a reálné využití takto generalizovaných převodních tabulek tím již pozbývá praktického významu.

### LITERATURA:

- [1] KOSTELECKÝ, Jan-CIMBÁLNÍK, M.-ČEPEK, A.-DOUŠA, J.-FILLER, V.-KOSTELECKÝ, Jakub-NÁGL, J.-PEŠEK, I.-ŠÍMEK, J.: Realizace S-JTSK/05. Geodetický a kartografický obzor 58/100, 2012, č. 7, s. 145-154.
- [2] NÁGL, J.-ŘEZNÍČEK, J.: Výpočet nové verze převodních tabulek pro přesnou globální transformaci mezi referenčními systémy S-JTSK a ETRS89 (verze 2017-10). Geodetický a kartografický obzor 64/106, 2018, č. 10, s. 213-221.
- [3] Vyhláška Českého úřadu zeměměřického a katastrálního č. 31/1995 Sb. ze dne 1. února 1995, kterou se provádí zákon č. 200/1994 Sb., o zeměměřictví a o změně a doplnění některých zákonů souvisejících s jeho zavedením. Sbírka zákonů České republiky, částka 6, s. 406-423. Ve znění pozdějších předpisů.
- [4] NOSEK, J.: Analýza geometrie sítě transformované globálním klíčem verze 1710. Geodetický a kartografický obzor 65/107, 2019, č. 9, s. 209-215.
- [5] BUREŠ, J.-KOSTELECKÝ, J.: Analýza jednotného transformačního klíče verze 1202 pro účely železniční geodézie. In: Družicové metody v geodézii a katastru. Brno: ECON publishing, 2018. ISBN 978-80-86433-67-7.
- [6] KOSTELECKÝ, Jakub-STÁNKOVÁ, H.-KOSTELECKÝ, Jan: Vybrané charakteristiky rozdílů mezi systémy S-JTSK a S-JTSK/05. Geodetický a kartografický obzor 66/108, 2020, č. 3, s. 49-52.

Do redakce došlo: 17. 12. 2019

**Lektoroval:**  
**prof. Ing. Jan Kostecký, DrSc.,**  
**Výzkumný ústav geodetický, topografický**  
**a kartografický, v. v. i.**