

Automatizovaná segmentácia valcov z údajov získaných terestrickým laserovým skenovaním

Ing. Richard Honti,
Katedra geodézie,
Stavebná fakulta, STU v Bratislave

Abstrakt

Mračno bodov, ako výsledok skenovania, sa stáva čoraz viac využívanou prvotnou digitálnou reprezentáciou reálnych objektov. Vo väčšine prípadov ale získané mračno bodov predstavuje veľké množstvo údajov, práve preto je automatizácia procesov spracovania žiaduca. V článku je uvedený stručný popis možných metód pre segmentáciu valcov z mračien bodov. Ďalej obsahuje návrh inovatívneho algoritmu na automatizovanú segmentáciu valcov a odhad ich parametrov. Bolo vykonané experimentálne testovanie algoritmu na komplexných mračnách bodov, výsledky testov sú tiež uvedené. Navrhnutý algoritmus bol implementovaný do samostatnej aplikácie v softvéri MATLAB®.

Automated Cylinder Estimation from Terrestrial Laser Scanning Data

Abstract

Point clouds, as a result, of scanning with terrestrial laser scanners, are increasingly becoming an initial digital representation of real-world objects. Since point clouds in most cases represent a huge amount of data, automation of the processing steps is advisable. The paper brings a short review of the most reliable methods of cylinder extraction. Further, it deals with proposal of an innovative algorithm for automatic detection of cylinders and parameters from 3D point cloud data estimation. The method was tested on complex point clouds with different levels of noise and outliers. The proposed algorithm was implemented to a standalone application based on MATLAB® software.

Keywords: automated data processing, terrestrial laser scanning, 3D point clouds, cylinder segmentation

1. Úvod

Výhodou terestrického laserového skenovania (TLS) je, že umožňuje bezkontaktnú dokumentáciu meraného objektu so všetkými jeho konštrukčnými prvkami bez potreby definovania charakteristických bodov na povrchu meraného objektu. Metóda merania je založená na bezkontaktnom určení priestorovej polohy bodov. Výsledkom merania je nepravidelný raster meraných bodov, ležiacich na povrchu meraného objektu, tzv. mračno bodov. Mračno bodov do vysokej miery podrobnosti dokumentuje meraný objekt a slúži aj ako podklad na tvorbu priestorového modelu meraného objektu.

V súčasnosti sme svedkami čoraz výraznejšej automatizácie zberu priestorových údajov, s čím súvisí aj snaha automatizácie procesov spracovania získaných údajov. Technológia terestrického laserového skenovania je jednou z najefektívnejších metód priestorového merania a následnej tvorby 3D modelov v rozmanitých oblastiach (napr. geodézia, topografia, mapovanie, stavebníctvo, robotika, strojárstvo, ochrana kultúrneho dedičstva atď.). Mračno bodov, ako výsledok skenovania, sa stáva čoraz viac používanou prvotnou digitálnou reprezentáciou reálnych objektov. Keďže manuálne spracovanie skenovaním získaných podkladov vo forme mračien bodov je časovo veľmi náročný proces, jedným zo základných predpokladov efektívneho využitia tejto technológie je vysoká miera automatizácie procesov spracovania. Pod spracovaním mračna bodov najčastejšie rozumieme tvorbu 3D modelov meraných objektov. Keďže väčšina stavebných objektov je tvorená zo základných geometrických útvarov ako sú rovina, valec, sféra, kužeľ apod., jedným z najdôležitejších krokov

spracovania je identifikácia týchto geometrických útvarov, resp. podmnožín mračna tvoriacich geometrické primitíva.

Často sa vyskytujúcim geometrickým primitívom v stavebnom prostredí je valec, napr. stĺpy, piliere, ale aj budovy môžu mať valcovitý tvar. Okrem toho v priemyselnom prostredí rôzne technologické prvky, vedenia, potrubné systémy majú často tvar valca. Práve preto, napr. pri dokumentácii skutočného vyhotovenia stavby, v reverznom inžinierstve, pri spájaní mračien bodov a pri tvorbe rôznych modelov je žiaduca detekcia a segmentácia valcových plôch. Aktuálne existuje viacero metód a prístupov pre vyhľadávanie a určenie parametrov valcových plôch v mračnách bodov. Vo väčšine prípadov valec je definovaný tromi základnými parametrami:

- orientáciou osi valca $\vec{\sigma}$,
- bodom, ktorý sa nachádza na osi valca p^o ,
- polomerom valca r .

Článok je venovaný problematike segmentácie valcov z mračien bodov. V prvej časti je uvedený popis vybraných metód a prístupov na detekciu valcových plôch v mračnách bodov. V ďalšej časti je popísaná tvorba a verifikácia efektívneho a robustného algoritmu pre automatizovanú segmentáciu valcov z mračien bodov. Uvedený algoritmus dokáže plne automatizovane identifikovať a segmentovať valce z mračien bodov aj pri výskyte vybočujúcich meraní v mračne bodov. Pod vybočujúcimi meraniami sa chápu body mračna, ktoré nepatria do daného geometrického útvaru, rôzne odrazy z prostredia (prach, dážď a pod.), šum v mračne bodov a pod. Pre automatizáciu uvedeného algoritmu bola vyhotovená samostatná aplikácia pomocou softvéru Matlab®. Popis tejto aplikácie je súčasťou poslednej kapitoly.

2. Segmentácia valcov z mračien bodov

Boli navrhnuté viaceré metódy a prístupy, ktoré slúžia na segmentáciu valcov z mračien bodov. Tieto prístupy vo všeobecnosti sa rozdeľujú do dvoch skupín: do prvej skupiny patria prístupy, pri ktorých je potrebné predspracovanie („predsegmentácia“) mračna, aby mračno bodov obsahovalo najmenej vybočujúcich meraní a do druhej skupiny patria prístupy, ktoré pracujú s pôvodným mračnom bodov, bez potreby nejakého výrazného predspracovania [1].

Prístupy spadajúce do prvej skupiny priamo odhadujú valec v predspracovanom mračne bodov a využívajú ortogonálnu regresiu pre minimalizáciu sumy ortogonálnych vzdialeností od odhadnutej valcovej plochy pre získanie optimálneho odhadu parametrov valcovej plochy [2], [3], [4]. Tieto prístupy sú závislé na presnosti predspracovania a na voľbe počiatočných prahových hodnôt pri ortogonálnej regresii. Uvedené dôvody sťažujú ich použitie pri automatizácii segmentácie, preto tieto prístupy skôr môžu slúžiť pri manuálnom odhade valcov z mračien bodov, prípadne pri čiastočne automatizovanom odhade, kedy segmentácia sa vykonáva manuálne a výpočet parametrov valcovej plochy môže byť následne automatizovaný.

Do druhej skupiny patria prístupy, ktoré priamo spracovávajú skenované mračno bodov bez potreby predspracovania. Sem patria, napr. metódy založené na RANSAC (skratka z angl. RANdom SAMple Consensus), alebo rôzne modifikácie metódy RANSAC [5], [6]; príp. metódy, ktoré využívajú Houghovu transformáciu [7], [8], alebo Gaussovu sféru.

Metódu RANSAC [9] v rámci segmentačných metód môžeme zaradiť medzi metódy modelov. Algoritmus RANSAC je často používaný na odhad parametrov matematického modelu geometrického tvaru z mračna bodov pri minimálnom možnom počte náhodne vybraných bodov. Podľa [5] sú pre odhad valca postačujúce 2 body mračna spolu s ich normálovými vektormi počítané pomocou malých rovinných plôch v okolí týchto bodov z najbližších susedných bodov, avšak je potrebná voľba viacerých prahových hodnôt, ktoré sú závislé od daného modelu. Optimálna voľba takýchto parametrov môže byť problematická, hlavne pri príliš zašumenom mračne bodov. Výsledok je závislý od náhodnej voľby počiatočného bodu a v najhoršom prípade sa môže stať to, že RANSAC zlyhá a ne-nájde sa ani jedna valcová plocha.

Houghova transformácia sa najčastejšie používa pri detekcii jednoduchých geometrických útvarov ako sú priamky, kružnice, roviny, ale aj pri detekcii valcov [10]. Pri použití Houghovej transformácie pre odhad všetkých päť parametrov valca, dochádza k 5D priestoru parametrov, čo je časovo aj výpočtovo veľmi náročná úloha. Z uvedeného dôvodu sa odhad parametrov väčšinou rozdeľuje do dvoch hlavných krokov. V prvom kroku sa odhadne smer osi valca, následne bod na tejto osi a polomer valca.

Ďalším prístupom je využitie Gaussovej sféry. V prvom kroku sú vypočítané normálové vektory vo všetkých bodoch mračna pomocou malých rovinných plôch v okolí týchto bodov z k najbližších susedných bodov, následne sú zobrazené na Gaussovu sféru, ktorá predstavuje jednotkovú sféru zobrazujúcu všetky možné smery v 3D priestore. Normálové vektory bodov, ktoré ležia na valcových plochách sa na Gaussovej sfére zobrazia do hlavných kružníc [11]. Takto sa určí orientácia osi valcovej plochy, ostatné parametre (polomer valca a bod na osi valcovej plochy) sa dajú následne odhadnúť pomocou metódy RANSAC,

Houghovej transformácie, príp. pomocou algebraickej regresie a pod.

Vo väčšine aplikácií sa jednotlivé prístupy kombinujú, napr. autorský kolektív Chaperon a kol. [8] kombinuje Gaussovu sféru a metódu RANSAC pre odhad valcov a určenie ich parametrov. Algoritmus navrhnutý v článku patrí do druhej skupiny, keďže detekcia valcových plôch sa vykonáva priamo v skenovanom mračne bodov bez potreby výrazného predspracovania.

3. Algoritmus na segmentáciu valcov

Na základe poznatkov a skúseností z predchádzajúcich výskumov bol vyhotovený algoritmus na automatizáciu segmentácie valcov z mračien bodov.

Navrhnutý algoritmus je zobrazený na obr. 1. Vstupom do algoritmu sú: mračno bodov, prahové hodnoty pre testovanie (α – pre vzdialenostné kritérium a β – pre normálové kritérium), a počet valcov ($ncyl$), ktoré potrebujeme segmentovať.

Prvým krokom algoritmu je výpočet normálových vektorov v každom bode mračna pomocou malých rovinných plôch zo súradníc daného bodu a k najbližším susedným bodom. Na odhad roviny sa využíva ortogonálna regresia. Následne sa vykoná náhodný výber počiatočného bodu pre odhad valca. Prvý odhad parametrov valcovej plochy je vykonaný z 15 najbližších susedných bodov nasledovne:

- V prvom kroku sa odhadne orientácia osi valca \vec{o} , určí sa vektor, ktorý je kolmý na normálové vektory v týchto 15 bodoch mračna. Orientácia osi valca sa teda získa singulárnym rozkladom matice normálových vektorov C z rovnice (1):

$$C = \sum_{i=1}^n n_i^T \cdot n_i, \quad (1)$$

kde n_i sú normálové vektory.

- Druhým krokom je premietnutie vyhovujúcich bodov do roviny s normálovým vektorom \vec{o} . Premietnuté body v rovine vytvoria kružnicu.
- Tretím krokom je určenie parametrov kružnice (stred a polomer kružnice) pomocou algebraickej regresie, ktorá minimalizuje riešenie sústavy rovníc algebraických funkcií definujúcich valec (minimalizuje súčet štvorcov „algebraických vzdialeností“). Algebraická regresia je podrobne rozpísaná v [12]. Parametre kružnice (stred a polomer kružnice) sú zároveň aj parametrami valca (bod na osi valca p^o , polomer valca r).

Vyššie uvedené kroky sú aplikované iteračne pre vyhovujúce body. Pri každej iterácii je množina vyhovujúcich bodov aktualizovaná na základe testovania. Testovanie sa vykonáva pomocou 2 kritérií, ktoré sú matematicky sformulované nasledovne (2):

$$\left(|\Delta vzd_i| < \frac{r}{\alpha} \right) \& \left(|\Delta norm_i| > \beta \right), \quad (2)$$

kde: Δvzd_i – vzdialenosť testovaného bodu od odhadnutej valcovej plochy; $\Delta norm_i$ – uhol medzi normálovým vektorom v testovanom bode a medzi vektorom kolmým na os valca (\vec{o}) v danom bode.

Parametre α a β sú hodnoty prahových hodnôt, ktoré treba zvoliť na začiatku algoritmu. α v pomere k r vyjadruje maximálnu vzdialenosť, pre určenie vyhovujúcich bodov,

- **Vstup:** mračno bodov; polomer valca r , prahová hodnota pre polomer t_r , prahová hodnota α pre vzdialenostné kritérium, β pre normálové kritérium; počet valcov $ncyl$.

$it = 25$; - počet iterácií

for $ii = 1 : ncyl$

| 1. výpočet normálových vektorov v každom bode mračna

| 2. náhodná voľba počiatočného bodu

| $index_it = 0$;

| | 3. for $index_it = 1 : it$

| | | 4. odhad parametrov valcovej plochy pomocou k-najbližších susedov ($k=15$).

| | | -> Odhad orientácie osi valcovej plochy \vec{o} pomocou singulárneho rozkladu matice.

| | | -> Premietnutie vybraných bodov do roviny s normálovým vektorom \vec{o} .

| | | -> Fitovanie kružnice okolo bodov a určenie súradníc stredu p^o a polomeru r kružnice.

| | 5. Testovanie ostatných bodov, či ležia v odhadnutej valcovej ploche.

| | | -> aktualizácia množiny vyhovujúcich bodov na základe kritérií pre vzdialenosť

| | | a normálový vektor.

| | 6. $index_it = index_it + 1$.

| |end

| | 7. if $index_it == it$

| | | 8. Validácia pomocou výpočtu konvergencie & filtrovanie na základe polomerov.

| | | 9. if $konverg < \epsilon \ \&\& \ num_inl > 50$

| | | | Validácia úspešná – Segmentácia valca vykonaná

| | |end

| |end

end

- **Výsledok:** parametre jednotlivých valcov (p^o, \vec{o}, r); segmentované mračná jednotlivých valcov.

Obr. 1 Navrhnutý algoritmus na automatizovanú segmentáciu valcov z mračen bodov

tzn., že pri hodnote $\alpha = 50$ a $r = 0,200 \text{ m} \Rightarrow \frac{r}{\alpha} = 0,0040 \text{ m}$, iba body, ktoré sú bližšie k valcovej ploche ako 4 mm sa považujú za vyhovujúce pre odhad parametrov valcovej plochy. Hodnota pre β napr. 4,5 znamená, že za vyhovujúce sa považujú body, v ktorých rozdiel medzi normálovým vektorom v danom bode (počítaným na základe malých rovinných plôch z 15 najbližších susedných bodov) a vektorom kolmým na os valca v danom bode je menej ako $4,5^\circ$. Príliš malé hodnoty parametrov $\frac{r}{\alpha}$ a β majú za dôsledok pomalú konvergenciu procesu odhadu valcovej plochy, kým príliš veľké môžu spôsobiť malý počet vyhovujúcich bodov, keďže kritérium v tomto prípade je príliš prísne. Práve preto, hodnoty $\alpha = 50$ a $\beta = 0,95$, ktoré boli určené empiricky môžeme považovať za optimálne. Práhové hodnoty (α a β) sú používané pri automatizovanej aktualizácii množiny vyhovujúcich bodov pri každej iterácii.

Na základe uvedených kritérií sa automatizovane vykonáva aktualizácia vyhovujúcich bodov v každej iterácii, a teda šum a nevyhovujúce body sú postupne vylúčené. Odhad parametrov sa následne vykonáva iba na základe vyhovujúcich bodov v každej iterácii.

Po vykonaní iteračného spresňovania parametrov valca, sa vykoná filtrovanie na základe polomerov. Iba valce s polomerom $r \pm t_r$ sú považované za vyhovujúce. Hodnoty r (predstavuje očakávaný polomer valca) a t_r (predstavuje prahovú hodnotu pre polomer valca) treba zvoliť na začiatku algoritmu.

Okrem toho výsledok odhadu valcovej plochy závisí od výberu počiatočného bodu a od okolitej oblasti. Preto z dôvodu rôznej štruktúry mračna bodov a z dôvodu, že mračno obsahuje šum, niektoré odhadnuté valce nemusia reprezentovať charakteristické valce daného modelu. Pre vylúčenie takýchto odhadov pri vykonaní filtrovania na základe polomerov sa vykoná aj validácia odhadnutej valcovej plochy. Validácia sa vykonáva na základe určenia rozdielu parametrov odhadnutých valcov v dvoch po sebe idúcich iteráciách (3):

$$|param_i - param_{i+1}| < \epsilon, \quad (3)$$

kde: $param$ sú parametre odhadnutej valcovej plochy, ϵ ($= 0,001$) je parameter konvergencie.

Ak odhadnuté parametre spĺňajú predchádzajúce kritérium konvergencie (3), potom odhad je vyhodnotený ako správny a vykoná sa segmentácia valca. V prípade, že mračno bodov obsahuje ďalšie valcové plochy, prejde sa na nasledujúci segmentačný cyklus.

Výhodou uvedenej metódy je, že výber vyhovujúcich bodov v každej iterácii sa vykonáva na základe 2 testov (kritérium vzdialenosti a normálového vektora), teda vybočujúce meranie (nevyhovujúce body) sú postupne vylúčené z procesu odhadu. Ďalej sú vylúčené nesprávne odhadnuté valce pomocou validácie na konci algoritmu.



Obr. 2 Referenčné teleso valcového tvaru (vľavo), merané mračno bodov (v strede), výsledok segmentácie valcov pomocou navrhnutého algoritmu (vpravo)

Okrem toho je možné pomocou uvedeného algoritmu vykonať segmentáciu valcov z mračien bodov na základe polomeru, ktorý sa zvolí na začiatku. V prípade obrovských mračien bodov to môže znamenať signifikantné zníženie času potrebného na výpočet.

Ďalšou výhodou je aj skutočnosť, že po úspešnom odhade valca sa body tohto valca vyrežú z mračna bodov, čo znamená, že pri hľadaní ďalších valcov sa realizuje výpočet na menšej množine bodov. Navyše výber vyhovujúcich bodov v daných iteráciách, teda testovanie, či ležia v danom valci, sa vykonáva naraz pre celé mračno bodov, s čím sa dosiahlo výrazné zníženie času v porovnaní s inými metódami, ako sú napr. RANSAC, „region growing“, kde testovanie sa vykonáva na bodoch jednotlivo v každej iterácii.

4. Overenie funkčnosti navrhnutého algoritmu

Verifikácia algoritmu bola vykonaná pomocou referenčného telesa valcového tvaru (obr. 2), ktorý bol vytvorený na testovanie terestrických laserových skenerov. Určili sa rozdiely medzi známymi geometrickými parametrami referenčných valcov a medzi určenými parametrami pomocou spracovania mračien bodov pomocou uvedeného algoritmu. Referenčné teleso s dvomi valcami bolo vyhotovené s polomerom 0,2000 m, resp. 0,0900 m.

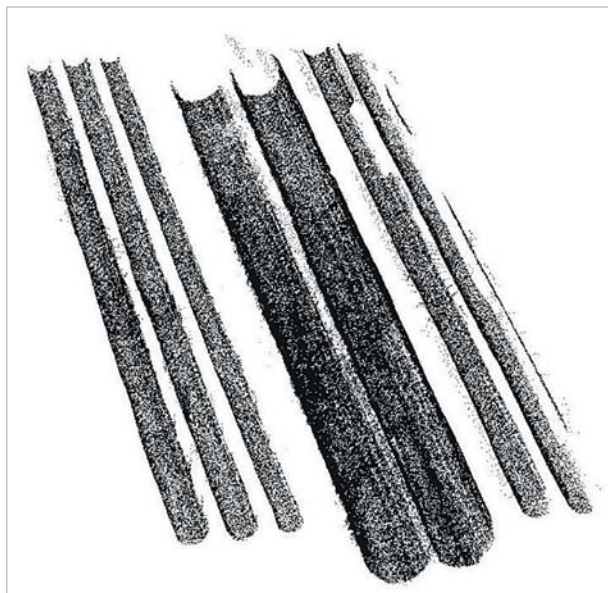
Pomocou spracovania mračien bodov s použitým navrhnutým algoritmom sa získali nasledovné hodnoty polomerov valcových plôch $r_1 = 0,2004$ m a $r_2 = 0,0906$ m (kde r_1 – dolný valec; r_2 – horný valec). Rozdiel medzi známymi a určenými parametrami (tab. 1) dosahujú **0,4 mm** a **0,6 mm**. V týchto odchýlkach sú zahrnuté aj chyby meraní, vplyv prostredia, prístrojové chyby, ako aj neistota spôsobená spracovaním.

V ďalšom kroku bolo pre experimentálne testovanie použité mračno bodov potrubného systému (obr. 3). Meranie bolo vykonané pomocou laserového skenera Trimble TX5 3D. S uvedeným prístrojom a s uvážení podmienok počas skenovania, bola presnosť v priestorovej polohe meraného bodu vo všetkých prípadoch menej ako 2,2 mm.

Mračno bodov (obr. 3) obsahuje 7 valcov. Segmentácia bola vykonaná v 2 krokoch, z dôvodu rozličných polomerov jednotlivých valcov. V prvej etape sa vykonala seg-

Tab. 1 Porovnanie referenčných hodnôt s hodnotami získanými zo spracovania pomocou navrhnutého algoritmu

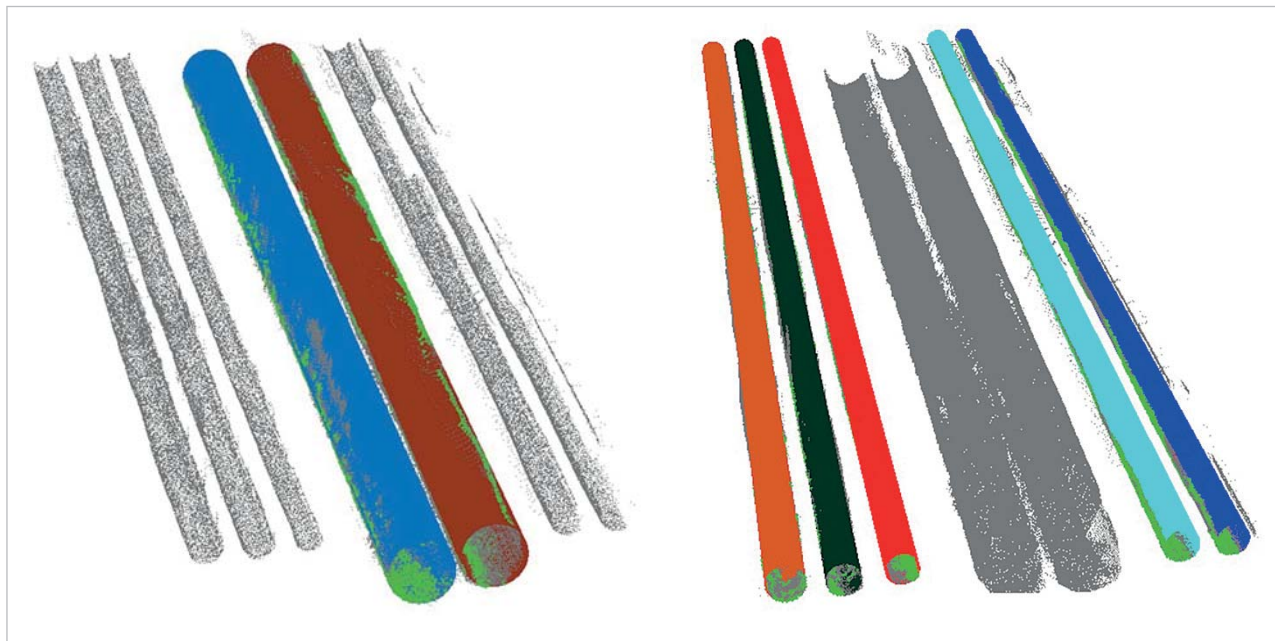
	Referenčné hodnoty [m]	Hodnoty zo spracovania [m]	Rozdiel [mm]
r_1	0,2000	0,2004	0,4
r_2	0,0900	0,0906	0,6



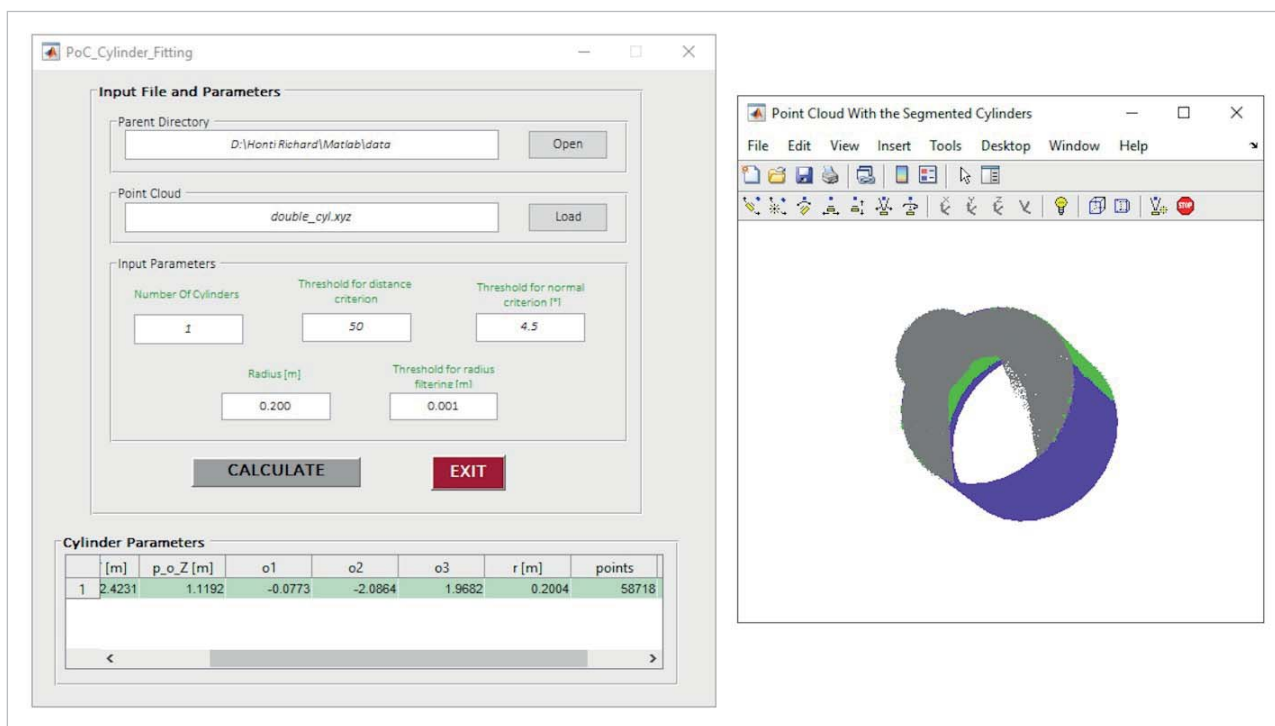
Obr. 3 Merané mračno bodov potrubného systému

mentácia 2 valcov s polomerom cca 0,150 m, a v druhej etape 5 valcov s polomerom cca 0,075 m.

Na obr. 4 je zobrazený výsledok spracovania uvedeného mračna bodov s navrhnutým algoritmom. Jednotlivé valce sú farebne odlišené. Pôvodné mračno bodov obsahovalo 880 815 bodov. Štandardná odchýlka odhadu počítaná na základe kolmých vzdialeností bodov od odhadnutej valcovej plochy dosahovala menej ako 2 mm.



Obr. 4 Mračno bodov potrubného systému s odhadnutými valcovými plochami pomocou navrhnutého algoritmu



Obr. 5 Dialógové okno aplikácie PoC_Cylinder_Fitting

5. Realizácia navrhnutého algoritmu

Pre automatizáciu a jednoduché vykonanie uvedenej procedúry bola vyhotovená samostatná aplikácia **PoC_Cylinder_Fitting** (obr. 5) v softvéri Matlab®.

Aplikácia bola vyhotovená ako samostatná aplikácia, ale keďže výpočtové jadro aplikácie prebieha v softvéri Matlab®, k spusteniu je potrebné mať nainštalovaný Matlab Runtime. Výhodou je, že Matlab Runtime je voľne stiahnu-

teľný. Dialógové okno aplikácie je tvorené z 3 hlavných častí: (i) načítanie vstupných súborov, zadanie vstupných hodnôt, (ii) tabuľka zobrazujúca výsledné parametre jednotlivých valcov, (iii) grafické zobrazenie mračna bodov a odhadnutých valcov.

Pomocou tlačítok aplikácie užívateľ dokáže jednoducho vykonať automatizovanú segmentáciu valcových plôch z mračen bodov. Vstupom (i) do aplikácie sú mračno bo-

dov, počet valcov, prahové hodnoty pre normálové a vzdialenostné kritérium, polomer valca a prahová hodnota pre polomer.

Výsledkom aplikácie sú segmentované mračná bodov jednotlivých valcov uložené v textovom (*.txt) súbore pre ďalšie spracovanie a parametre jednotlivých valcov zobrazené v tabuľke (ii) dialógového okna aplikácie, ktorými sú: identifikátor, parametre valca (p° , \vec{d} , r), počet vyhovujúcich bodov, štandardná odchýlka odhadu.

V časti (iii) je zobrazené pôvodné mračno bodov sivou farbou a následne počas priebehu aplikácie sú zobrazené jednotlivé segmentované valce. Toto dialógové okno môže slúžiť aj na vizuálnu kontrolu priebehu odhadu valcov z mračen bodov.

6. Záver

Článok stručne uvádza možné metódy a prístupy pre segmentáciu valcových plôch z mračen bodov. V rámci príspevku bol navrhnutý algoritmus pre automatizovanú segmentáciu valcov z mračen bodov. Ďalej sú uvedené verifikácia a experimentálne testovanie algoritmu pomocou referenčného telesa, ako aj pomocou mračna bodov potrubného systému. Navrhnutý algoritmus bol implementovaný do samostatnej aplikácie. Pomocou aplikácie užívateľ dokáže automatizovane a jednoducho vykonať segmentáciu valcov z mračen bodov. Výsledkom aplikácie sú segmentované mračná bodov uložené do textových súborov pre každý valec zvlášť a parametre týchto valcov uvedené v tabuľke. Robustnosť a presnosť výsledkov naznačujú, že algoritmus môže byť použitý vo viacerých aplikáciách.

V rámci ďalšieho výskumu, rozvoja a optimalizácie aplikácie je naplánovaná aplikácia uvedeného algoritmu na rozsiahle mračná bodov z rôznych oblastí. Okrem toho je v pláne rozšíriť aplikovanie uvedeného postupu aj na iné geometrické útvary, ako napr. sféry. Taktiež sa plánuje implementácia algoritmu v jazyku C++.

Podakovanie

Tento článok vznikol vďaka podpore Vedeckej grantovej agentúry Ministerstva školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky a Slovenskej akadémie vied pre projekt VEGA-1/0506/18.

LITERATÚRA:

- [1] TRAN, T.-T.-CAO, V.-T.-LAURENDEAU, D.: Extraction of cylinders and estimation of their parameters from point clouds, *Computers & Graphics*, 2015, vol. 46, pp. 345-357.
- [2] BENKO, P.-KÓS, G.-VÁRADY, T.-ANDOR, L.-MARTIN, R.: Constrained fitting in reverse engineering, *Computer Aided Geometric Design*, 2002, vol. 19, pp. 173-205.
- [3] LUKÁCS, G.-MARTIN, R.-MARSHALL, D.: Faithful Least-Squares Fitting of Spheres, Cylinders, Cones and Tori for Reliable Segmentation, rev. Paper presented at the European Conference on Computer Vision (ECCV'98), Freiburg, Germany, 1998.
- [4] TAUBIN, G.: Estimation of planar curves, surfaces, and nonplanar space curves defined by implicit equations with applications to edge and range image segmentation, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1991, vol. 13, pp. 1115-1138.
- [5] SCHNABEL, R.-WAHL, R.-KLEIN, R.: Efficient RANSAC for Point-Cloud Shape Detection, *Computer Graphics Forum*, 2007, vol. 26.
- [6] LI, Y.-WU, X.-CHRYSATHOU, Y.-SHARF, A.-COHEN-OR, D.-MITRA, N. J.: GlobFit: consistently fitting primitives by discovering global relations, *ACM Transactions on Graphics*, 2011, vol. 30.
- [7] RABBANI, T.-VAN DEN HEUVEL, F.-VOSSSELMAN, G.: Segmentation of point clouds using smoothness constraint, *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 2006, vol. 36, pp. 248-253.
- [8] CHAPERON, T.-GOULETTE, F.: Extracting cylinders in full 3D data using a random sampling method and the Gaussian image, rev. In *VMV*, 2001, vol. 1.
- [9] FISCHLER, M. A.-BOLLES, R. C.: Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography, *Communications of the ACM*, 1981, vol. 24, pp. 381-395.
- [10] LIU, Y.-J.-ZHANG, J.-B.-HOU, J.-C.-REN J.-C.-TANG, W.-Q.: Cylinder Detection in Large-Scale Point Cloud of Pipeline Plant, *IEEE Transactions on visualization and computer graphics*, 2013, vol. 19, pp. 1700-1707.
- [11] VOSSSELMAN, G.-GORTE, B. G. H.-SITHOLE G.-RABBANI, T.: Recognising structure in laser scanner point clouds, *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 2004, vol. 36, pp. 33-38.
- [12] PRATT, V.: Direct least-squares fitting of algebraic surfaces, *ACM SIGGRAPH Comput Graph*, 1987, vol. 21, pp. 145-152.

Do redakcie došlo: 3. 4. 2019

Lektoroval:
Ing. Jiří Lechner, CSc.,
VÚGTK, v. v. i.