

Automatické cílení totálních stanic z pohledu analýzy oprav měření

Ing. Hana Braunová,
Dr. Ing. Zdeněk Skořepa,
katedra speciální geodézie,
Fakulta stavební ČVUT v Praze

Abstrakt

Příspěvek se zaměřuje na odvození obecného postupu vyrovnání volné polohové geodetické sítě a určení oprav měřených veličin a jejich analýze. Jsou porovnány výsledky měření v experimentální síti pomocí dvou různých totálních stanic za využití automatického a ručního cílení.

Automatic Targeting of Total Stations from the Perspective of the Analysis of Measurement Corrections

Abstract

The paper focuses on the description of the adjustment of the free geodetic network and determining the corrections of measured values and their analysis. The results of measurements from two different total stations with automatic targeting and manual targeting are compared.

Keywords: standard deviations, adjustment, least square method, distances, horizontal direction, zenith angles

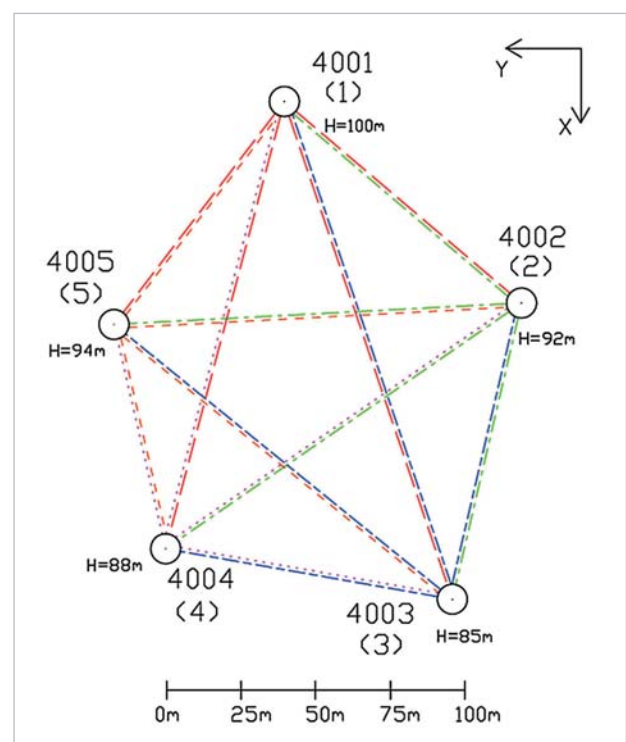
1. Úvod

V geodézii se dnes běžně používají totální stanice, které umožňují automatické cílení a sledování odrazného hranolu. Totální stanice, které pracují pouze v manuálním režimu a neumožňují automatické cílení, jsou v praxi na ústupu. Automatické totální stanice poskytují pro inženýrské aplikace velmi přesná ucelená data. Cílem bylo porovnání automatického cílení totálních stanic Leica MS60 (dále přístroj I_1) a přístroje Trimble S8 (přístroj I_2) na statické hranoly a dále porovnání ručního a automatického cílení s přístrojem I_1 . Za tímto účelem byly ve zkušební síti oběma přístroji změřeny vodorovné směry, zenitové úhly a délky, síť byla vypočtena s vyrovnáním metodou nejmenších čtverců jako volná. Tento postup umožnil analyzovat opravy provedených měření, které jsou invariantní na zvolený způsob připojení volné sítě do souřadnic. U prvního přístroje se technologie automatického docilování na hranol označuje jako ATRplus, pro druhý přístroj má označení Finelock.

2. Měření

Byla navržena zkušební geodetická síť o 5 bodech (obr. 1). Body byly umístěny v mírně svažitém terénu na zemědělském pozemku (katastrální území Chlumčany u Přeštic). Síť má tvar pětiúhelníka, z každého bodu lze měřit na všechny ostatní body. Body sítě nebyly v terénu pevně stabilizovány žádnou měřickou značkou, ale pouze volně postavenými těžkými stativy Leica z důvodu vyloučení chyby z centrace. Před měřením byly stativy pečlivě zaslápnuty. Byly použity trojnožky Leica GDF 112, ve kterých se pouze zaměřovaly totální stanice a trny s hranoly. Všechny trojnožky byly před začátkem měření urovňovány pomocí totální stanice a při změně stanoviště byla pouze kontrolována trvalost horizontace. Jako cíle byly použity trny Leica GRT144 a minihranoly Leica GMP101. Pro potlačení excentricity pomůcek byl pro jednu trojnožku stanoven konkrétní trn

a hranol. Pro všechny hranoly byla nastavena výrobcem stanovená součtová konstanta. Pro Leica MS60 byla součtová konstanta +17,5 mm a pro Trimble S8 -16,9 mm. Počasí během měření bylo stálé, bylo úplně zataženo, teplota se pohybovala v rozmezí 5°C – 8°C a vanul mírný vítr. Do přístroje byly na každém stanovišti zadávány aktuální atmosférické podmínky (teplota, tlak, vlhkost) pro přímé zavedení fyzikálních korekcí. Měření a redukované délky (1. fyzikální redukce z teploty a tlaku vzduchu, 2. matematické redukce – do vodorovné roviny, z nadmořské výšky,



Obr. 1 Náčrt sítě

3. redukce do roviny (Křováková zobrazení) jsou v **tab. 1** – jejich průměr v síti je 123,40 m. Všechny rozdíly měřených délek jsou malé, průměr je 1,3 mm a podle **tab. 1** mají stejná znaménka (+), z toho pak pro skutečné chyby měřených délek vyplývá vztah $\varepsilon_{12} > \varepsilon_{11}$ (platí i pro případ, kdy všechny rozdíly by měly opačné znaménko) – skutečná chyba ε se skládá z náhodné a systematické složky; stejná znaménka všech rozdílů mohou být výsledkem působení zbytkových systematických vlivů, jako je součtová konstanta, cílení na odrazný hranol v automatickém režimu, určení fyzikální redukce ze zadaných hodnot teploty a tlaku totální stanicí, technický stav a nastavení kalibračních hodnot přístroje výrobcem. Důležité je, že všechny rozdíly délek vyhovují mezní hodnotě $1,96 \sqrt{2} \sigma_D = 2,8$ mm; směrodatná odchylka měřené délky (stejná pro oba přístroje) je $\sigma_D = 1$ mm.

Do vyrovnání jsme zavedli pro příslušný přístroj délky jako průměr z měření oběma směry, rozdíl dvojice měřených délek je prakticky nulový. Totální stanicí bylo v automatickém režimu měřeno na každém bodu sítě, při kterém se postupně přístroj otáčí na definované cílové body ve dvou polohách dalekohledu a pomocí aplikace osnova směrů ve skupinách se vypočítají a zaregistrují výsledné směry (v našem případě pět skupin – viz **tab. 2**). Výměna totálních stanic a hranolů probíhala jejich opatrným vyjmutím z trojnožky.

Obě totální stanice patří mezi velmi přesné přístroje s udávanými směrodatnými odchylkami $\sigma_\psi = 1''$ (stejná pro oba přístroje), $\sigma_D = 1$ mm + 1,5 ppm pro l_1 , $\sigma_D = 0,8$ mm + 1 ppm pro l_2 . Indikátorem kvality pravouhých souřadnic koncového bodu záměry určených totální stanicí z polárních souřadnic slouží směrodatná odchylka polohová:

$$\sigma_{2D} = \sqrt{(\sigma_D^2 \sin^2 z + \sigma_\psi^2 d_s^2)}$$

Pro zkoumané totální stanice a šikmou délku $d_s = 200$ m, zenitový úhel $z = 98$ gon a směrodatné odchylky $\sigma_\psi = 1''$, $\sigma_D = 1$ mm platí:

$$\sigma_{2D} = 1,4 \text{ mm.}$$

3. Vyrovnání měření ve volné síti

V experimentální polohové síti s měřeními osnovami směrů a délkami jsme aplikovali náš obecný postup vyrovnání metodou nejmenších čtverců. V síti, která sestává z k ($= 5$) bodů, obsahuje seznam měření všechny směry a délky, při výpočtu vyrovnání jsou všechny body určované (volná síť). Zpracováním osnov směrů a oboustranně měřených délek je každý měřený prvek v seznamu zastoupen jednou. Celkový počet měřených směrů je $k(k-1)$ a délek $1/2 k(k-1)$. Souhrnná suma měřených prvků (plný seznam měření) v síti je $r = 3/2 k(k-1)$, v našem případě $r = 30$. Počet všech neznámých je $n = 3k$ (souřadnice všech bodů plus na každém z bodů sítě orientační úhel α_i), pro náš případ $n = 15$.

Linearizovaný model volné sítě vede k systému rovnic oprav s lineární vazbou mezi měřeními a neznámými

$$(\mathbf{L} + \mathbf{v}) - \mathbf{F}(\mathbf{X}^0 + \mathbf{x}) = \mathbf{0},$$

následuje linearizace

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \mathbf{x} - (\mathbf{L} - \mathbf{F}(\mathbf{X}^0)) = \mathbf{A} \mathbf{x} - \mathbf{l}, \quad (1)$$

Tab. 1 Měřené délky

	l_1 [m]	l_2 [m]	$l_1 - l_2$ [mm]
1-2	104,3047	104,3036	+1,1
3	176,1678	176,1667	+1,1
4	155,1750	155,1736	+1,4
5	94,0630	94,0613	+1,7
2-3	102,0087	102,0072	+1,5
4	144,8925	144,8913	+1,2
5	136,6628	136,6620	+0,8
3-4	97,4948	97,4934	+1,4
5	146,0424	146,0410	+1,4
4-5	77,1645	77,1634	+1,1

Tab. 2 Měřené směry (5 skupin, průměr)

	l_1 [gon]	l_2 [gon]	l_m [gon]
1-2	144,88419	144,90774	144,88557
3	179,30295	179,32646	179,30389
4	216,48788	216,51163	216,48876
5	241,47406	241,49794	241,47501
2-1	344,88278	0,00091	344,88386
3	214,58381	269,70214	214,58500
4	261,48609	316,60436	261,49418
5	296,64183	351,75977	296,64331
3-1	379,30072	399,99967	379,30174
2	14,58300	35,28204	14,58381
4	311,11542	331,81464	311,11694
5	343,46244	364,16154	343,46350
4-1	16,48572	399,99996	16,48651
2	61,48516	44,99951	61,48595
3	111,11540	94,62986	111,11675
5	385,60717	369,12126	385,60767
5-1	41,47261	399,99955	41,47423
2	96,64212	55,16925	96,64323
3	143,46304	101,99026	143,46457
4	185,60797	144,13511	185,60933

Směr ψ_{24} naměřený při ručním cílení byl při analýze oprav označen jednoznačně jako chybné měření a z dalšího výpočtu vyloučen. Zajímavé je, že výsledky měření tohoto směru v pěti skupinách měly malý rozptyl.

kde \mathbf{L} , v jsou $r \times 1$ po řadě vektory měření a oprav měření, \mathbf{l} je $r \times 1$ vektor redukovaných měření, \mathbf{x} je vektor korekcí přibližných hodnot souřadnic a vyrovnaných hodnot orientačních úhlů (směrníky počátků jednotlivých osnov, za přibližné hodnoty všech orientačních úhlů jsme zvolili 0), vektor přibližných souřadnic \mathbf{X}^0 popisuje konfiguraci volné sítě, \mathbf{A} je $r \times n$ konfigurační matice, která má závislé

Tab. 3 Přehled derivací směrníku a délky, redukováná měření

Měřená veličina	Koefficienty u neznámých				Redukovaná měření	
	Orientační úhel	Stanovisko		Cíl		
		x_i	y_i	x_j		y_j
ψ_{ij}	-1	$\frac{y_j^0 - y_i^0}{s_0^2}$	$-\frac{x_j^0 - x_i^0}{s_0^2}$	$-\frac{y_j^0 - y_i^0}{s_0^2}$	$\frac{x_j^0 - x_i^0}{s_0^2}$	$(\psi_{ij} - \varphi_{ij}) < 0$
s_{ij}	0	$-\frac{x_j^0 - x_i^0}{s_0}$	$-\frac{y_j^0 - y_i^0}{s_0}$	$\frac{x_j^0 - x_i^0}{s_0}$	$\frac{y_j^0 - y_i^0}{s_0}$	$s_{ij} - s_0$

x^0, y^0 přibližné souřadnice bodů sítě (v našem případě leží v rovině Křovákova zobrazení),

s_{ij} rovinná délka (měřená délka po redukcii),

s_0^0 délka vypočtená z přibližných souřadnic,

ψ_{ij} měřený směr,

φ_{ij} směrník vypočtený z přibližných souřadnic.

sloupce, jednotlivé řádky této matice sestávají z parciálních derivací vektorové funkce F jednoduchých funkčních vztahů, které blíže určují obecně zapsaný model měření v (1), na jejich pořadí nezáleží a při konkrétní volbě určují pořadí neznámých:

$$F(\mathbf{X}): \psi_{ij} - (\arctg \frac{y_j - y_i}{x_j - x_i} - \sigma_i) = 0,$$

$$s_{ij} - \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} = 0.$$

Prvky matice A se určí podle tab. 3.

Vektor oprav měření (1) splňuje kritérium metody nejmenších čtverců, to vede k normálním rovnicím:

$$(A^T P A) \mathbf{x} - A^T P \mathbf{l} = \mathbf{0}, \tag{2}$$

$$A^T P (A \mathbf{x} - \mathbf{l}) = A^T P \mathbf{v} = \mathbf{0}.$$

V případě volných sítí je symetrická $n \times n$ matice soustavy normálních rovnic $\mathbf{N} = A^T P A$ singulární, její determinant je nulový a k výpočtu neznámých nelze použít inverzní matici soustavy. Váhová $r \times r$ diagonální matice P obsahuje váhy měřených veličin (předpokládá se, že měření jsou nekorelovaná, zavedením vah se vloží do vyrovnání informace o přesnosti získaná z rozborů výsledků měření). Váhy se určí ze vztahu $p_i = \sigma_0^2 / \sigma_i^2$, kde σ_0 je apriorní směrodatná odchylka jednotková fiktivního měření s vahou 1 (použili jsme $\sigma_0 = 1$), σ_i je směrodatná odchylka měřené veličiny v síti.

Naše řešení se opírá o rozklad pozitivně semidefinitní matice \mathbf{N} , který podle [1] vyústí v součin matic:

$$\mathbf{N} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{U}^T, \tag{3}$$

\mathbf{U} (ortogonální), \mathbf{S} (diagonální) jsou $n \times n$ matice.

Nezáporné diagonální prvky matice \mathbf{S} jsou vlastní čísla matice soustavy normálních rovnic (3), její spektrum obsahuje pro polohové sítě 3 nulové prvky.

Hodnota konfigurační matice je tedy $r(\mathbf{A}) = n - 3 = 3(k - 1)$ a počet stupňů volnosti sítě určuje vztah $n' = r - r(\mathbf{A}) = 3/2(k - 1)(k - 2)$. Pro náš případ je $r(\mathbf{A}) = 12$, $n' = 18$.

POZNÁMKA: Vedle uvedeného způsobu existuje podle [2] možnost řešit neznámé přímo z rovnic oprav bez sestavení

normálních rovnic a to pomocí singulárního rozkladu konfigurační matice, který je jistou analogií k rozkladu (3).

Rozklad (3) má konečný tvar $\mathbf{N} = \mathbf{U}_2 \mathbf{S}_2 \mathbf{U}_2^T$:

$$\mathbf{U} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 3 & n-3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 3 & n-3 \\ \mathbf{U}_1 & \mathbf{U}_2 \end{matrix} & n \end{matrix} \quad \mathbf{S} = \begin{matrix} & \begin{matrix} 3 & n-3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{S}_2 \end{matrix} & \begin{matrix} 3 \\ n-3 \end{matrix} \end{matrix}$$

a dosazením do normálních rovnic (2) se hledaný vektor korekcí vypočte z rovnice:

$$\mathbf{U}_2 \mathbf{S}_2 \mathbf{U}_2^T \mathbf{x} = \mathbf{c}, \text{ kde } \mathbf{c} = A^T P \mathbf{l}, \tag{4}$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{U}_2 \mathbf{S}_2^{-1} \mathbf{U}_2^T \mathbf{c}.$$

Konkrétní řešení (4) s minimální euklidovskou normou se označí jako \mathbf{x}_0 (pevné řešení), které splňuje normální rovnice a podmínku $\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{x} = \min$. Konečné řešení soustavy (2) se podle [3] získá sečtením pevného řešení a všech řešení přidružené homogenní soustavy k normálním rovnicím. Řešení homogenní soustavy tvoří vektorový podprostor, jehož dimenze je pro polohové sítě 3 (rozdíl počtu neznámých a hodnoty matice soustavy normálních rovnic), jinými slovy, řešením je lineární kombinace vektorů z nulového prostoru konfigurační matice \mathbf{A} , tj. $\mathbf{A} \mathbf{H} = \mathbf{0}$, kde sloupcové vektory matice \mathbf{H} tvoří nulový prostor, rozměr matice je $3k \times 3$. Výsledné řešení normálních rovnic je $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \mathbf{H} \mathbf{t}$. Vektor \mathbf{t} obsahuje volné koeficienty lineární kombinace.

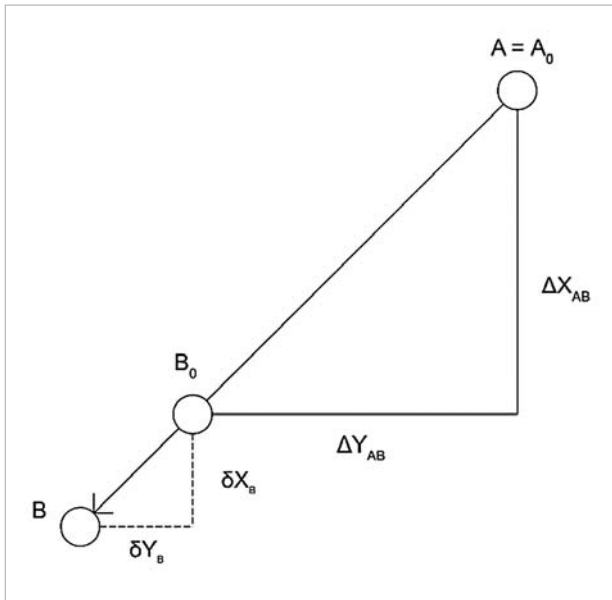
Opravy měření jsou nezávislé na řešení, vektor oprav je tedy $\mathbf{v} = \mathbf{A} \mathbf{x}_0 - \mathbf{l}$ a vyrovnaná měření v síti jsou $\hat{\mathbf{L}} = \mathbf{L} + \mathbf{v}$.

Empirická hodnota jednotkové směrodatné odchylky vypočtená z oprav je:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\mathbf{v}^T P \mathbf{v}}{n'}, \quad n' = r - r(\mathbf{A}), \tag{5}$$

kde n' je počet stupňů volnosti (počet nadbytečných měření).

Určení oprav měření a vyrovnaných měření je prvním krokem řešení volných sítí. K tomu nám stačí určit pouze pevné řešení, které je závislé na měření. Síť dostane geometrický tvar a rozpory v síti jsou odstraněny: Předpokládejme, že jejich příčinou jsou pouze náhodné (neznámé)



Obr. 2 Pevný bod a směrník

měřické chyby (prostředí, přístroj a měřič – tyto tři faktory vedou k tomu, že výsledný seznam měření neobsahuje žádná bezchybná měření). Druhým krokem je najít v souřadnicové rovině takovou geometrii souřadnic, aby nebyl porušen první krok. Prakticky se nabízí použití shodnostní transformace. V našem případě byla provedena transformace s využitím pouze 2 bodů sítě (lze použít až k bodů). Transformuje se z bodu $A (= 4001)$ do bodu $B (= 4003)$. V tomto případě nastane posun bodu B po spojnici AB , protože transformace je konformní (splňuje Cauchyovy – Riemannovy podmínky).

Pro dva libovolné body A, B volné sítě a korekce jejich přibližných hodnot souřadnic platí:

$$1. \delta X_A = 0 \quad 2. \delta Y_A = 0,$$

podle obr. 2 lze z podobnosti trojúhelníků psát:

$$3. \frac{\Delta Y_{AB}^0}{\Delta X_{AB}^0} = \frac{\delta Y_B}{\delta X_B},$$

po úpravě:

$$\Delta X_{AB}^0 \delta Y_B - \Delta Y_{AB}^0 \delta X_B = 0,$$

nakonec:

$$-\sin \varphi_{AB}^0 \delta X_B + \cos \varphi_{AB}^0 \delta Y_B = 0.$$

Uvedené tři podmínky mají výsledný tvar: $G^T x = 0$. (6)

$G^T =$	δX_1	δY_1	δX_2	δY_2	δX_3	δY_3	...	δX_k	δY_k	σ_1	σ_2	...	σ_k
	1	0	0	0	0	0	...	0	0	0	0	...	0
	0	1	0	0	0	0	...	0	0	0	0	...	0
	0	0	0	0	$-\sin \varphi_{13}^0$	$\cos \varphi_{13}^0$...	0	0	0	0	...	0

Do podmínek (6) se dosadí obecné řešení a po úpravě:

$$G^T (x_0 + H t) = 0,$$

nakonec:

$$x = (E - H (G^T H)^{-1} G^T) x_0. \quad (7)$$

3.1 Normované a nekorelované opravy

Analýza oprav měření je provedená podle [4] a spočívá v určení vektoru \hat{v} , jehož složky mají jednotkový rozptyl a jsou nekorelované. Při uvážení normálního rozdělení by neměly překročit kritickou hodnotu $t_{\alpha/2} = \pm 1,96$ (hladina testu $\alpha = 0,05$).

Vektor oprav se vyjádří pomocí vztahu (4) ve tvaru:

$$v = A x_0 - I = -(E - A U_2 S_2^{-1} U_2^T A^T P) I = -R I. \quad (8)$$

Redundantní matice R je $r \times r$ idempotentní matice ($R = R R$). Kovarianční matice oprav měření je $\Sigma_v = \sigma_0^2 R P^{-1} R^T = \sigma_0^2 R P^{-1} = R \Sigma_l^{-1}$, kde Σ_l je kovarianční matice měření. Dále se použije stejný rozklad jako (3), ale s jiným označením matic:

$$\Sigma_v = V D V^T.$$

Matice ve stejném pořadí mají stejný význam jako v rozkladu (3) a platí, stejně jako při řešení normálních rovnic, vztah $\Sigma_v = V_2 D_2 V_2^T$:

$$V = \begin{bmatrix} V_1 & V_2 \end{bmatrix} r \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & D_2 \end{bmatrix} \begin{matrix} n-3 \\ r-n+3 \end{matrix}$$

Dalším krokem je vytvoření inverze odmocninové matice (odmocňují se prvky diagonální matice D_2 a vypočtou reciproké hodnoty $1/\sqrt{d_{ii}}$):

$$\Sigma_v^{-1/2} = V_2 D_2^{-1/2} V_2^T.$$

Normované a nekorelované bezrozměrné opravy tvoří složky vektoru $\hat{v} = \Sigma_v^{-1/2} v$, současně platí $\Sigma_{pvv} = \Sigma \hat{v}$.

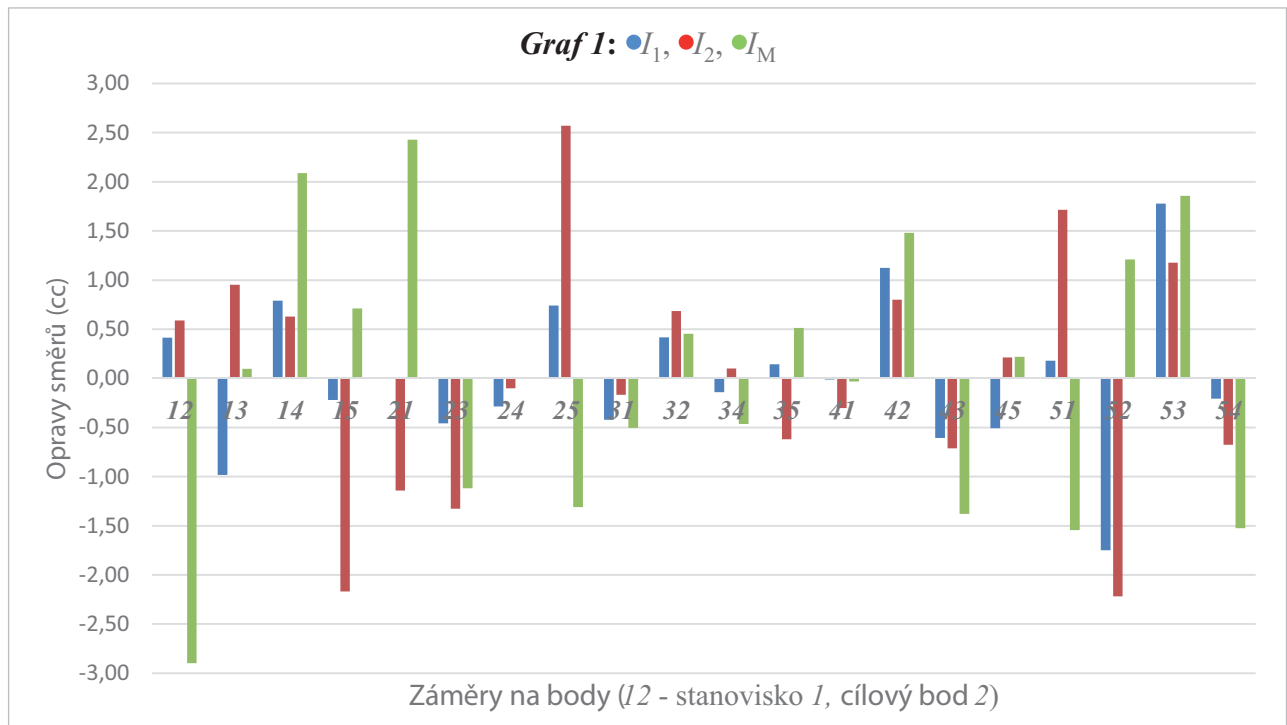
4. Výsledky vyrovnání. Závěr

Výsledné opravy měření v síti jsou uvedeny na obr. 3, 4 a 5 v jednotlivých grafech pro všechna realizovaná měření a navíc v grafu na obr. 5 i pro záměnu měření mezi přístroji. Pro určení vah jsme na základě rozborů měření použili

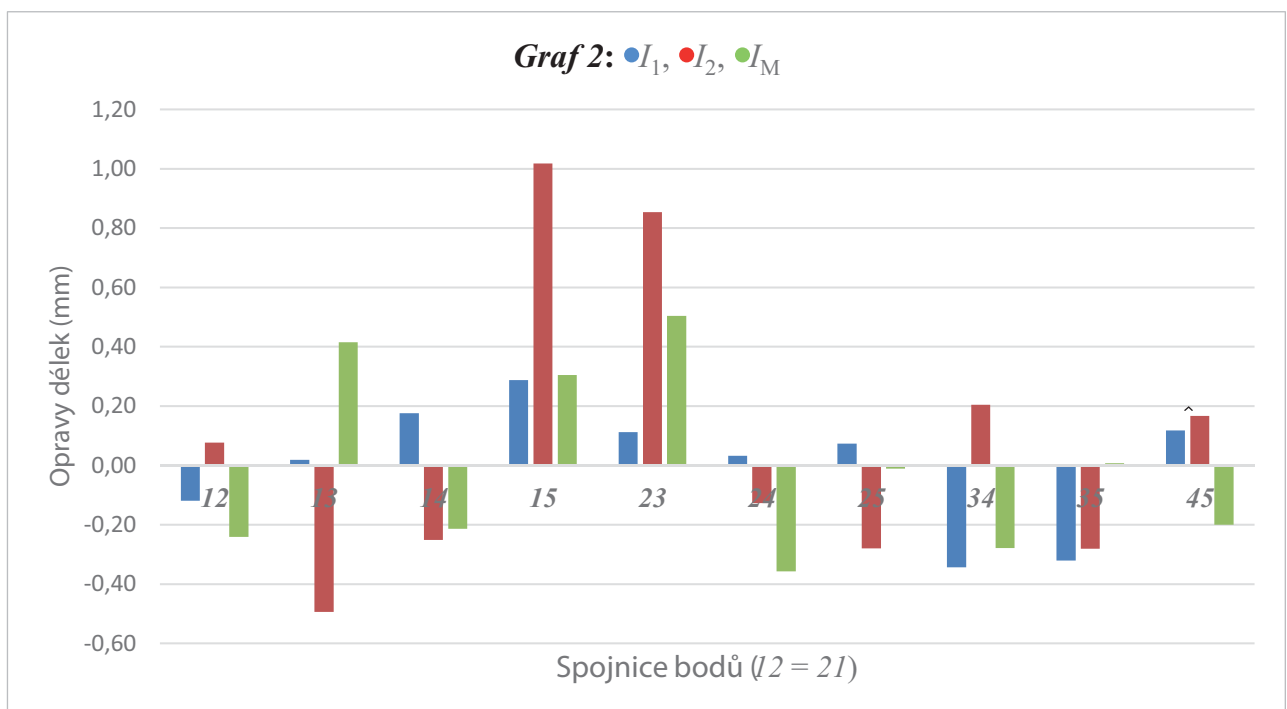
stejně směrodatné odchylky měření; pro směry a automatické cílení 0,1 mgon (0,2 mgon pro ruční měření), pro délky 1 mm. Aposteriorní hodnoty směrodatné odchylky jednotkové a interval spolehlivosti ($\alpha = 0,05$) pro σ_0 (aposteriorní): σ_0 (apriorní), určeného pomocí kritických hodnot chí-kvadrát rozdělení pro n' stupňů volnosti jsou v tab. 4.

Podle výsledků usuzujeme na hypotézu, že měření pomocí systému automatického docilování na hranol u pří-

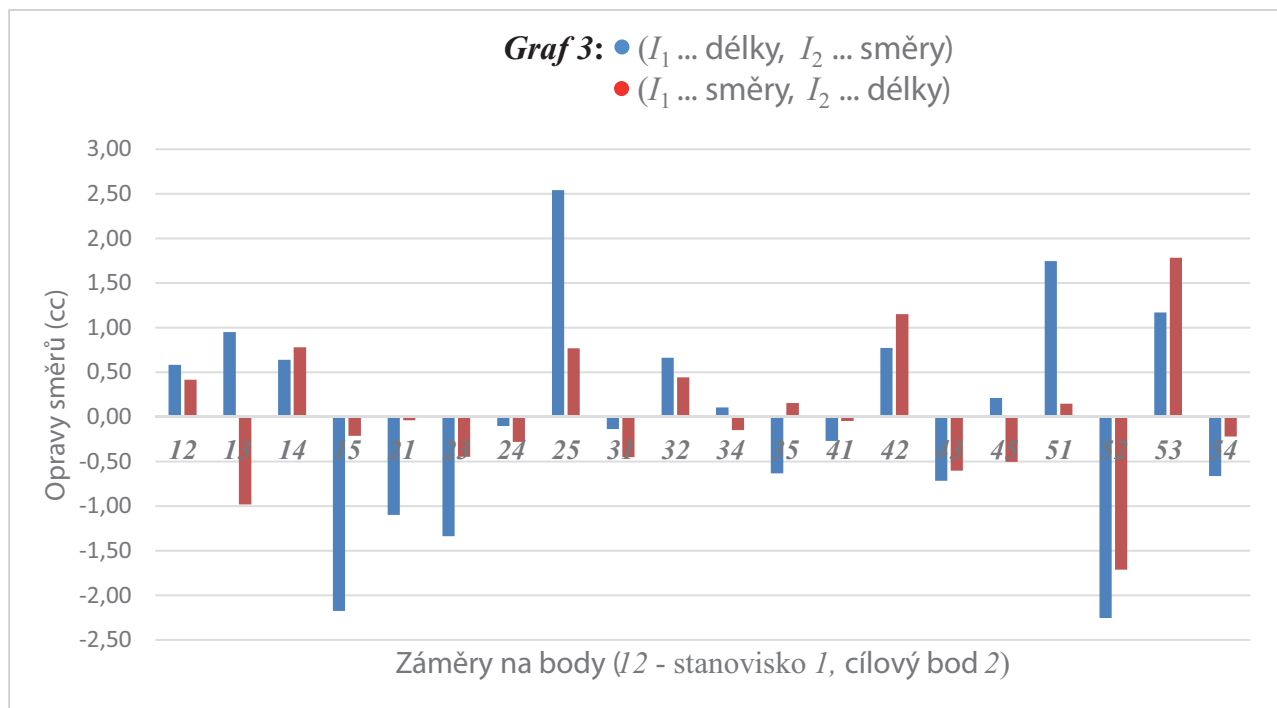
stroje I_1 , má vyšší přesnost – rozpory v síti způsobené skutečnými chybami jsou odstraněny menšími opravami měřených směrů a délek. Platí také, že uvedená kritická hodnota 1,96 pro opravy \hat{v}_i byla překročena pouze pro přístroj I_2 a záměry 4001-4005 (tab. 5), 4002-4005, 4005-4002 v úhlovém měření. Ruční pečlivé cílení stále poskytuje při srovnání s automatickým dobré výsledky (při pohledu do grafu 1 je potřeba mít na paměti, že směrodatná odchylka



Obr. 3 Výsledné opravy měření v síti



Obr. 4 Výsledné opravy měření v síti



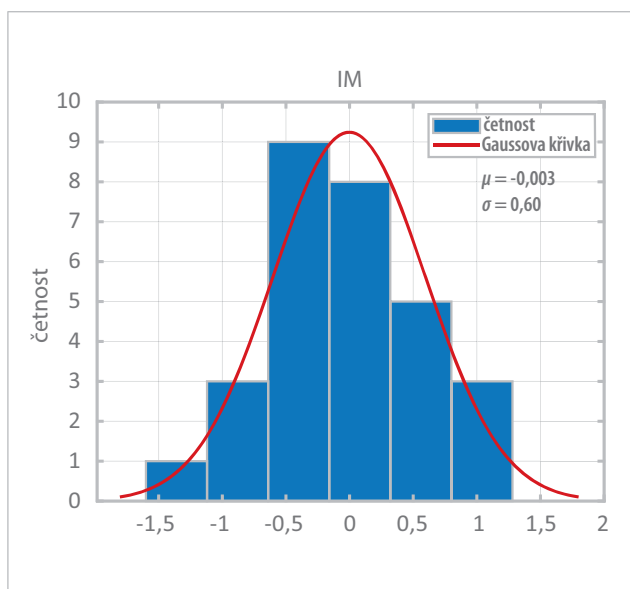
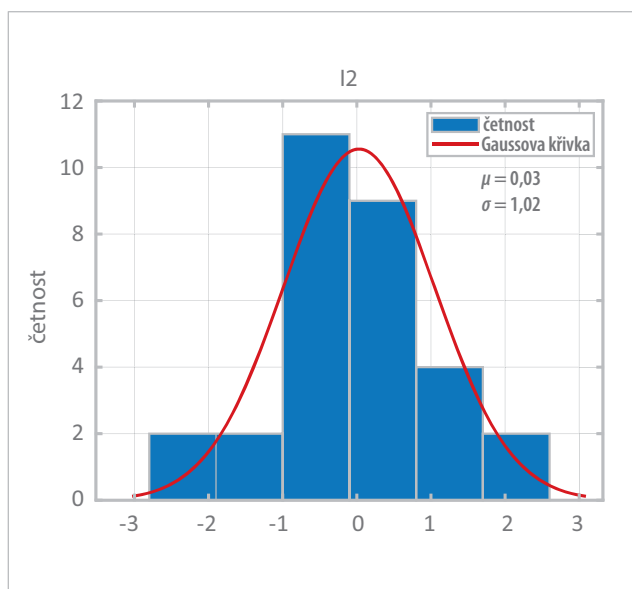
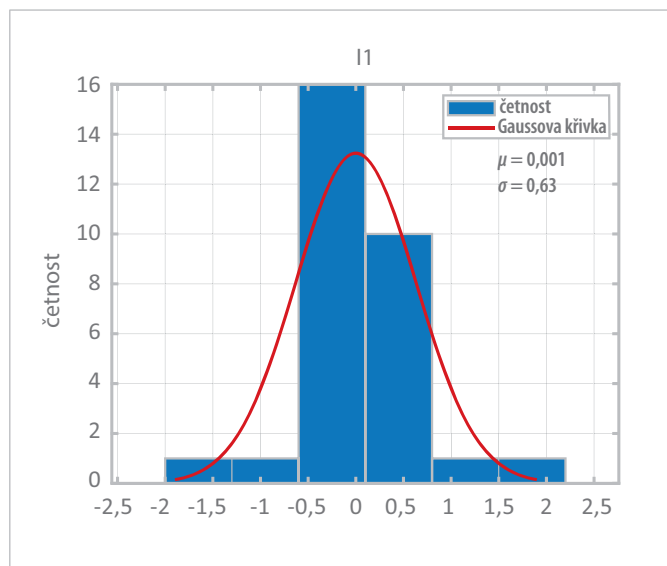
Obr. 5 Výsledné opravy měření v síti

Tab. 4 Jednotková směrodatná odchylka – přehled

	I_1	I_2	I_M
Σp_{vv}	11,6142	30,2215	10,1049
σ_0 (aposteriorní)	0,80	1,30	0,77
Interval spolehlivosti	0,68-1,32		

Tab. 5 Ukázka normovaných oprav

			Přístroj		
Stan.		Cíl	I_1	I_2	I_M
1	délky	2	-0,1218	0,0689	-0,2593
		3	0,0183	-0,4939	0,4265
		4	0,1808	-0,2486	-0,2100
		5	0,2928	1,0276	0,3224
	směry	2	0,4235	0,5725	-1,4521
		3	-0,9475	0,9836	0,1223
		4	0,7680	0,6452	1,0266
		5	-0,2441	-2,2013	0,3032



Obr. 6 Histogramy s Gaussovou křivkou

směru pro výpočet váhy byla dvojnásobná a vyrovnání přidělí směřům a také délkám větší opravy, měřené délky byly prakticky s I_1 stejné).

Z normovaných a nekorelovaných oprav byly vytvořeny histogramy (obr. 6) a pro každou totální stanici byly vypočteny parametry normálního rozdělení – odhad střední hodnoty a směrodatné odchytky (má být 0, 1), které celkem odpovídají hodnotám v tab. 4 a zakreslena křivka normálního rozdělení. Z nich lze usoudit, že měření z totálních stanic dobře kopíruje normální rozdělení.

POZNÁMKA: Všechny výpočty byly provedeny v Matlabu a vyrovnání bylo zkontrolováno dvojím výpočtem oprav.

Příspěvek byl zpracován v rámci projektu SGS20/052/OH-K1/1T/11 – Optimalizace získávání a zpracování 3D dat pro potřeby inženýrské geodézie, geodézie v podzemních prostorech a 3D skenování.

LITERATURA:

- [1] FIEDLER, M.: Speciální matice a jejich použití v numerické matematice. Praha, SNTL, 1981, 272 s.
- [2] SKOŘEPA, Z.-DUŠEK, R.: Aplikace singulárního rozkladu matice při řešení soustavy rovnic oprav. Geodetický a kartografický obzor, Praha, 41/83, 1995, č. 7, s. 137-141.
- [3] BUDINSKÝ, B.-CHARVÁT, J.: Matematika I. Praha, SNTL/ALFA, 1987, 504.
- [4] KUBÁČEK, L.-KUBÁČKOVÁ, L.: Statistika a metrologie. Olomouc, Univerzita Palackého v Olomouci, 2000, 307 s.

Do redakce došlo: 11. 9. 2020

Lektoroval:
Ing. Pavel Hánek, Ph.D.,
Výzkumný ústav geodetický,
kartografický a topografický, v. v. i.