

Besselův elipsoid 1841

Doc. Ing. Pavel Hánek, CSc.,
Fakulta stavební ČVUT v Praze,
VÚGTK, v. v. i.

Abstrakt

Článek se zabývá životem a dílem Friedricha Wilhelma Bessela zejména v souvislosti s východopruským stupňovým měřením a odvozením parametrů elipsoidu, který nese jeho jméno. Zmíněna jsou též stupňová měření, která použil k výpočtu, i další, týkající se evropské a české historie geodézie. Je uvedena tabulka se základními parametry moderních elipsoidů.

The Bessel Ellipsoid 1841

Abstract

The article deals with the life and work of Friedrich Wilhelm Bessel, especially in connection with the East Prussian arc measurement and derivation parameters of the ellipsoid. The ellipsoid has been named after him. Other important degree measurements are also mentioned, concerning beside others European and Czech history. There is also a table with the basic parameters of modern ellipsoids.

Keywords: F. W. Bessel, arc measurements, Bessel's ellipsoid, history of science

1. Úvod

Německý, světově významný vědec Friedrich Wilhelm Bessel (obr. 1) má trvalé postavení v dějinách astronomie, matematiky, geodézie a fyziky. V těchto oborech publikoval zhruba čtyři sta prací. Jeho životu a dílu je věnováno značné množství tištěných i digitálních, odborných i encyklopedických prací, které se mnohdy obsahově překrývají a akcentují především první dva jmenované obory. K nim patří též např. Ottova encyklopedie [1]. Poměrně úplné heslo čtenář najde na síti [2]. Velmi podrobný je časopišský text spolumajitele známé firmy A. Repsold & Söhne, vynikajícího konstruktéra Johanna Adolfa Repsolda [3], uvádějící citace z Besselovy korespondence a údaje z jeho rodinného života. Některé méně významné detaily jsou převzaty z Wikipedie nebo publikací, citovaných přímo v textu.



Obr. 1 F. W. Bessel,
autor: Christian Albrecht Jensen, zdroj: [20]

2. F. W. Bessel, život a působení

F. W. Bessel se narodil 22. 6. 1784 v Mindenu ve Vestfálsku jako jedno z devíti dětí tamějšího právníka. Po maturitě se stal účetním v námořní obchodní firmě v Brémách, naučil se anglicky a španělsky. Jako samouk studoval astronomii, matematiku, navigaci a zeměpis, v roce 1804 ze záliby vypočítal dráhu Halleyovy komety. Lékař a astronom Heinrich Wilhelm Olbers (1752–1840, objevitel několika planetek, autor tzv. Olbersova paradoxu astronomických pozorování) nechal jeho práci publikovat a doporučil ho na místo inspektora soukromé hvězdárny Johanna Hieronyma Schroetera v Lilienthallu. F. W. Bessel zanedlouho dostal nabídky profesury z univerzit v Greifswaldu a v Lipsku a nabídky místa ředitele hvězdáren v Berlíně a v Königsbergu. V roce 1810 zvolil posledně jmenované místo, v práci setrval až do své smrti 17. 4. 1846.

F. W. Bessel se stal členem Pruské akademie věd již ve věku 28 let, v roce 1814 členem francouzské Akademie a do roku 1832 členem dalších pěti významných učených společností v Evropě a Spojených státech. Jeho záslužná činnost byla oceněna zlatou medailí Královské astronomické společnosti v letech 1829 a 1841 i pruským státem (např. povýšení do rytířského stavu a titul tajného rady). Jeho jméno nese asteroid 1522, kráter na Měsíci i dva grónské fjordy [2].

Možná je vhodné zmínit genius loci Königsbergu, který je v české literatuře znám pod názvem Královec. Město bylo založeno v rámci východní kolonizace Přemyslem Otakarem II. při jeho účasti v tzv. první pruské křížové výpravě v letech 1254/1255. Během historického vývoje město bylo např. sídlem velmistra Řádu německých rytířů a po roce 1525 pruského vévody. V roce 1701 bylo v Königsbergu se svolením polského krále a římskoněmeckého císaře vyhlášeno Pruské království. V roce 1772, kdy významem už převážil Berlín, se Královec stal hlavním městem provincie Východní Prusko. Území provincie bylo po 2. světové válce v roce 1945 rozděleno na dnes ruskou Kaliningradskou oblast, město samo nese název Kaliningrad; jižní

zhruba 2/3 území připadly Polsku. (Poznámka: Michail Iva-
novič Kalinin, v letech 1922–1946 předseda prezidia Nej-
vyššího sovětu SSSR.) Královecká univerzita Collegium
Albertinum (později Albertus-Universität Königsberg) byla
založena roku 1544 vévodou Albrechtem, stala se druhou
(podle některých pramenů třetí) protestantskou vysokou
školou Evropy. Mezi jejími žáky a učiteli byl např. význa-
mný osvícenecký filozof Immanuel Kant (1724–1804). Ten
ve svém rodném městě formuloval slavný „problém sedmi
mostů“, které spojovaly dva ostrovy v řece Pregole s břehy.
Švýcarský matematik Leonhard Euler (1707–1783) svým
tzv. eulerovským tahem dokázal, že není možné plynule
přejít všechny (již neexistující) mosty, přitom ale každý
z nich jen jednou. Univerzita dnes nese název Baltská fe-
derální univerzita Immanuela Kanta.

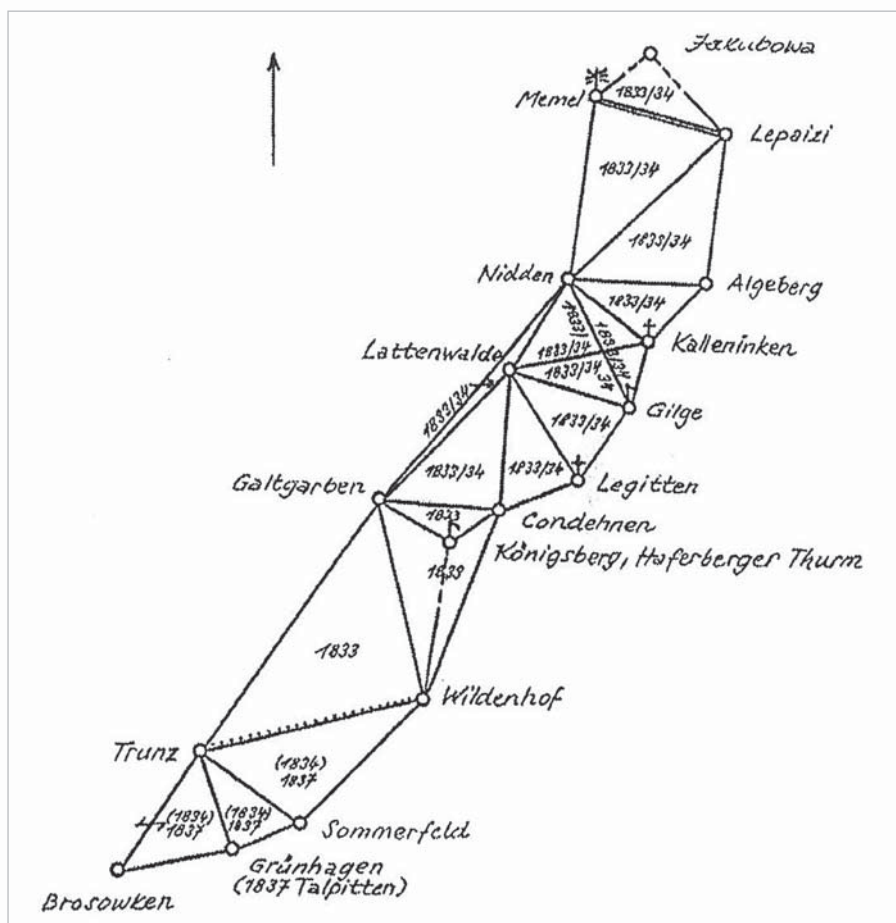
Friedrich Wilhelm Bessel hned v roce 1810 začal v Kö-
nigsbergu budovat nově založenou univerzitní observa-
toř. Vybavil ji též achromatickým dalekohledem Josepha
Fraunhofera, představující tehdejší špičkovou úroveň opti-
ky. Určil základní konstanty precese, nutace a aberace, vy-
pracoval metody vyloučení nebo snížení vlivu chyb při-
strojů a pozorování (osobní chyby), zdokonalil postupy
a určil polohu 75 000 hvězd. Zabýval se zkoumáním funk-
cí, umožňujících matematický popis mnoha fyzikálních
jevů; jsou známy pod názvem Besselovy funkce. V roce
1838 změřil Bessel jako první vzdálenost hvězdy 61 Cygni,
když určil její trigonometrickou paralaxu 0,3", což je po-
važováno za vrchol možností pozorování zrakem. Sekundo-
vým kyvadlem vlastní konstrukce studoval zemskou při-
tažlivost jako součást nebeské mechaniky. Na základě těch-

to pozorování byla definována pruská délková jednotka,
tzv. Besselova toise.

3. Východopruské stupňové měření

Mapování Východního Pruska v měřítku 1 : 150 000, ini-
ciované ministrem Friedrichem Leopoldem von Schroetter,
proběhlo v letech 1796–1802. Bessel provedl z vlastní ini-
ciativy v roce 1817 s pomocí svého žáka (pozdějšího vyni-
kajícího vodohospodáře) Gotthilfa Hagena v okolí Königs-
bergu posouzení přesnosti Schroetterova mapování; byla
zjištěna nedokonalost použitých postupů. Generál Philipp
Friedrich Carl Ferdinand von Müffling vedl po Vídeňském
kongresu, který po napoleonských válkách výrazně změ-
nil mapu Evropy i Pruska, mapování Pruského království
v letech 1836–1842.

V roce 1830 byl Bessel pověřen přípravou propojení Müf-
flingovy triangulační sítě západních částí Pruska se sítí, kte-
rou buďoval C. F. Tenner v pobaltských oblastech Ruské
říše. Základem se stal jeho projekt východopruského stup-
ňového měření. (Obr. 2 [4], na jižním konci zakresleno
pozdější měření z roku 1837.) Jižní koncový bod řetězce
byl u Trunzu (od roku 1945 polské Milejewo) a severní ko-
nec u Memelu (Klaipėda, od roku 1948 Litva), který byl
spojen s měřením Struveho. Součástí byla observatoř Kö-
nigsberg. Na měření v období let 1832–1835 se podílela
pruská armáda s kapitánem generálního štábu (později
generálem a v roce 1862 zakladatelem Středoevropské ko-



Obr. 2 Východopruské stupňové měření, zdroj: [4], s. 14

mise stupňových měření) Johannem Jacobem Baeyerem (1794–1885), který se podílel na přípravných pracích od samého počátku. Zpracování a vyrovnání polních měření metodou nejmenších čtverců bylo k dispozici roce 1838, s odstupem byla publikována stále vydávaná kniha [5]. Součástí bylo též odvození refrakčního součinitele v hodnotě 0,1370.

Úhlová měření byla prováděna univerzálním teodolitem Ertel s průměrem vodorovného kruhu 15 palců, svislého kruhu 8 palců. (Obdobný přístroj viz: [6]) Na několika bodech byl použit teodolit Pistor und Schiek s průměrem vodorovného kruhu 12 palců. K signalizaci byl používán heliotrop Ing. Bertrama. Při měření v síti F. W. Bessel a V. J. Struve poprvé použili metodu měření vodorovných směrů ve skupinách a řadách, střední chyba úhlu po vyrovnání byla 0,759".

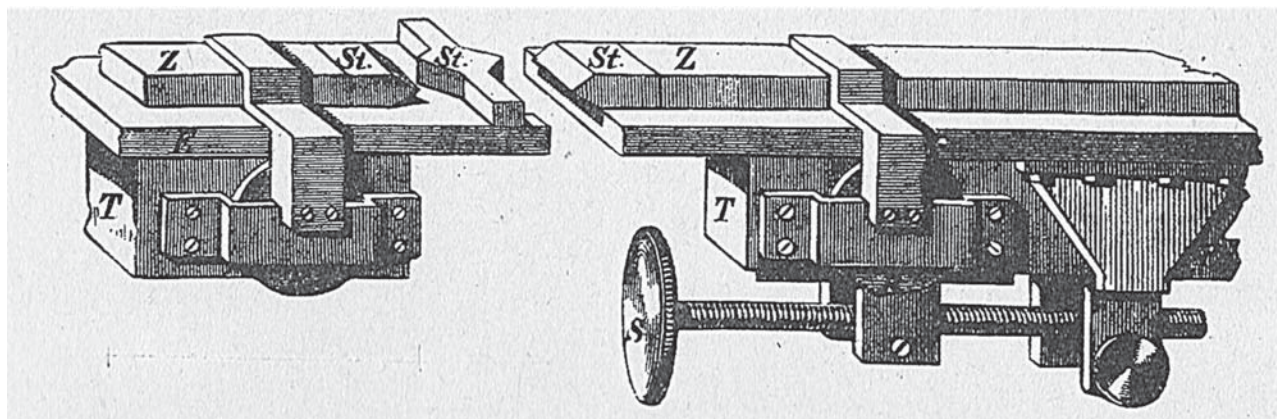
K délkovému měření Bessel s využitím zkušeností svých předchůdců (Borda, Reichenbach, Repsold) navrhl a nechal vyrobít základnový přístroj. Základem byly 4 tyče složené ze dvou částí: ocelové, na níž ležela s minimální mezerou a možností dilatování část zinková. Délka byla 3,898 m (tj. 2 toisy), šířka 27 mm a tloušťka 7 mm. (Obr. 3, [7], s. 111–117. Symboly: E – železo, St – ocel, Z – zinek, T – nosná tyč.) Tímto přístrojem byla v srpnu 1834 třikrát nezávisle změřena severozápadně od Königsbergu základna délky 1 822 330 m, rozdělená zhruba v poměru 1 : 3 na dva úseky. Dosažená střední chyba byla 2,2 mm / 1 km. Besselův

základnový přístroj byl dále upravován (naposledy v roce 1880) a používán i v zahraničí při měření dalších 19 základen až do roku 1918 [8]. Triangulace Východního Pruska doplnila řetězec, táhnoucí se ze Španělska až k Severnímu moři.

Východopruské stupňové měření se stalo vzorem pro řadu dalších, především německých, triangulací až do 70. let 19. století, kdy zavedli jednodušší metodu gen. Oskar Schreiber (1829–1905). (Poznámka: Schreiberova metoda měření úhlů ve všech kombinacích byla používána při měření I. řádu JTSK [9].) Pro svou hodnotu bylo však nadále studováno. V roce 1873 publikoval Wilhelm Jordan článek [10], ve které uvádí, že Besselovo základnové měření je zatíženo systematickou chybou z rozměru latí 0,92 mm / 1 km a v roce 1890 uvádí hodnotu střední chyby 2,77 mm / 1 km [11].

4. Stupňová měření a Besselův elipsoid

Friedrich Wilhelm Bessel již v roce 1837 publikoval článek [12], týkající se stupňových měření, která použil pro své odvození elipsoidu, a v roce 1842 článek [13], pojednávající o výpočetních chybách ve francouzském stupňovém měření. Elipsoid, nesoucí jeho jméno, vypočtený na podkladě zmíněných moderních stupňových měření (tab. 1),



Obr. 3 Besselův základnový přístroj z roku 1834, zdroj: [9], s. 111–117

Tab. 1 Stupňová měření použitá pro výpočet Besselova elipsoidu

| Měření | Zeměpisná šířka středu oblouku | Délka oblouku | Astronomická měření |
|--------------------|--------------------------------|---------------|---------------------|
| Peruánské | 1° 31' j. š. | 3° 07' | 2 |
| Východoindické I. | 12° 32' s. š. | 1° 35' | 2 |
| Východoindické II. | 16° 08' s. š. | 15° 58' | 7 |
| Francouzské | 44° 51' s. š. | 12° 22' | 7 |
| Anglické | 52° 02' s. š. | 2° 50' | 5 |
| Hannoverské | 52° 32' s. š. | 2° 01' | 2 |
| Dánské | 54° 08' s. š. | 1° 32' | 2 |
| Pruské | 54° 58' s. š. | 1° 30' | 3 |
| Ruské | 56° 04' s. š. | 8° 02' | 6 |
| Švédské | 66° 20' s. š. | 1° 37' | 2 |

publikoval v roce 1841. (Tab. 1 je převzata z [7], s. 9.) Parametry byly podle tehdejších potřeb udány též logaritmicky: velká poloosa $a = 6\,377\,397,155\,00\text{ m}$
 $\log a = 6,804\,643\,4637,$
malá poloosa $b = 6\,356\,078,963\,25\text{ m}$
 $\log b = 6,803\,189\,2839,$
zploštění $i = 1 : 299,152\,812\,85$
 $\log (1/i) = 2,475\,893\,0907.$

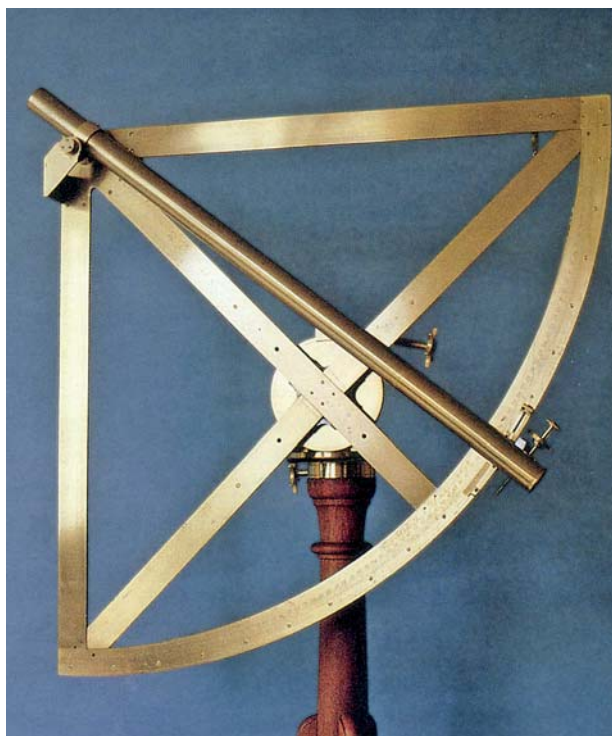
V roce 1886 uveřejnil konstanty Besselova elipsoidu další významný geodet Friedrich Robert Helmert (1843–1917), který se sám jako asistent zúčastnil v roce 1863 Středoevropského stupňového měření, iniciovaného Rakouskem. Od výše uvedených hodnot se numericky liší jen nepatrně ($d_a = +0,08\text{ mm}$, $d_b = -0,35\text{ mm}$, $d_i = +3 \cdot 10^{-9}$).

V dalším textu se pokusím některá z postupně se vyvíjejících a zdokonalujících se stupňových měření přiblížit [14]. Kromě poledníkových se konala i rovnoběžková měření. Uváděné přesnosti úhlových a délkových měření jsou převzaty převážně z [11] a [15].

Historicky první stupňové měření provedl Eratosthénés (276–195 př. n. l.) mezi Alexandrií a Asuánem. Délka zemského poledníku se podle volby metrického přepočtu délkové míry zvané stadium liší o 11 % – 0,4 % od současně uvažované hodnoty. V 8. století proběhlo čínské a v 9. století arabské stupňové měření, která významně ovlivnila vývoj zeměměřičství. V roce 1614 Willebrord Snell van Roijen (Snellius, 1591–1626) poprvé použil principu triangulace pro meridiánové stupňové měření mezi městy Bergen op Zoom a Alkmaar. Základnu délky 327,85 m, měřenou dřevěnými latěmi, rozvinul na triangulační stranu délky 4 114,06 m. Délku kvadrantu zemského poledníku stanovil na 10 004 km.

Francouzská vláda Ludvíka XV. uspořádala v roce 1735 na žádost a za účasti členů pařížské Akademie věd expedice stupňových měření do Peru (dnes na území Ekvádoru) a Laponska s cílem určit zakřivení poledníku v blízkosti rovníku a pólu pro určení tvaru Země a zpřesnění rozměru délkové míry toise. ($1\text{ T} \approx 1,949\text{ m}$.) Tato tzv. 1. stupňová měření byla zahájena v roce 1736, ukončena 1737 v Laponsku a 1744 v Peru. Potvrdila Newtonův názor, vyjádřený roku 1687 ve spise *Principia*, že Země je pólově zploštělým elipsoidem. Peruánského měření se účastnili Charles-Marie de La Condamine, Pierre Bouguer, Louis Godin, výsledky přepočítal Jean Baptiste Joseph Delambre. K úhlovému měření byly použity tři kvadranty pravděpodobně Picardova typu s dalekohledem. (Ilustrační obr. 4.) Střední chyba úhlu na stanici je 3,65". Základny byly voleny s délkou zaokrouhleně 12,2 km a 10,3 km; delší z nich byla určena latěmi se střední chybou 16,42 mm/1 km. Laponského měření se ve velmi nepříznivých podmínkách účastnili Pierre Louis Moreau de Maupertuis, Alexis Claude Clairaut a domácí vědec Anders Celsius. Základna délky cca 14,4 km byla měřena latěmi s přesností 20,15 mm / 1 km. Toto měření bylo po roce 1827 opakovaně vyrovnáváno; střední chyba úhlu se pohybuje u různých autorů v rozmezí 6,0"–10,23".

Anglické měření vedl v letech 1763–1784 gen. William Roy. V letech 1784–1787 došlo k trigonometrickému spojení hvězdáren v Paříži a v Greenwichi za účasti špičkových vědců obou zemí. Francouzská skupina, pro možné systematické chyby nedůvěřující teodolitům, používala nově konstruovaný kruh (cercle répétiteur) Jeana Charlese Bordy, vyrobený mechanikem Etienne Lenoirem (obr. 5). Přístroj se zajišťovacím dalekohledem umožňoval přesné měření úhlů repeticí se čtením vernierem na 1" v obecné rovině, proložené stanoviskem a dvojicí cílů. Na vodorovné



Obr. 4 Kvadrant Breithaupt, 1786,
zdroj: Windows Live Fotogalerie



Obr. 5 Bordův kruh,
zdroj: <https://artsandculture.google.com/asset/repeating-circle-charles-de-borda-bellet/>

úhly byly přepočteny pomocí výškových úhlů, měřených také repeticí po překlopení kruhu na kloubu do svislé roviny. Bordův kruh je považován za přechod mezi kvadrantem a teodolitem. Anglická skupina (po smrti Roye pod vedením plk. Williama Mudge) použila velký Ramsdenův teodolit, umožňujícím záměry až na 100 mil, se zajišťovacím dalekohledem, čtením mikroskopy a hmotností zhruba 100 kg. Přístroje se stavěly přímo na pevný podklad (pilíř). Na toto měření navázal v letech 1791–1794 anglický rovnoběžkový řetězec, spojující západní mys Land End s Doverem. V letech 1800–1802 vedl W. Mudge měření z bodu na mysu Dunnose na ostrově Wight v kanálu La Manche do Cliftonu v Yorkshire. Bod Dunnose se stal základním bodem britských triangulací. Triangulace byla dokončena v roce 1858 pod vedením plk. Henry Jamese a Alexandra Ross Clarka, v letech 1828–1880 autora výpočtu čtyř elipsoidů. Střední chyba úhlu, vypočteného z 464 trojúhelníkových uzávěrů, činí 2,21".

V roce 1791 byly ve Francii v revolučních časech zahájeny práce 2. stupňového měření, dokončené roku 1799. Oblouk mezi Dunquerque a Barcelonou překrýval původní měření Jeana Picarda z let 1669–1670 i měření Jeana (Giovanniho) Dominica Cassiniho a jeho syna Jacquese Cassiniho z let 1700–1718. Práce vedli členové Akademie J. B. J. Delambre a Pierre François André Méchain. Dvě základny délky asi 11,8 km byly měřeny poprvé základnovým přístrojem J. Ch. Bordy. Úhly byly měřeny repeticí čtyřmi Bordovými kruhy. Střední chyba úhlu je 1,05" (z jiného zdroje 1,609"). Už roku 1795 byla definována nová délková jednotka – metr – jako jedna desetimiliontina zemského kvadrantu. První moderní elipsoid, vypočtený na získaných podkladech, zveřejnil J. B. J. Delambre (1749–1822) v roce 1810. V práci pokračovali Jean Baptista Biot a Dominik François Arago. Oblouk po prodloužení až na Baleárské ostrovy dosáhl délky 12°22', největší v 18. století.

Plukovník Lambton vedl v letech 1802–1847 I. indické stupňové měření; trigonometrická měření začal už v roce 1790 Burrow. Meridiánový oblouk je ohraničen body Trivandepor a Paudree. Spolu s Georgem Everestem zahájil v roce 1805 dvě desetiletí trvající tzv. II. indické stupňové měření z Punnae přes Namthabad po Kallianpoor. (Názvy jsou v původním znění. Snad jako zajímavost: první geodetické měření hory, známé pod jmény Čomolungma nebo po roce 1865 v ocenění zásluh Mount Everest, četná literatura, např. [9], přisuzuje právě G. Everestovi, ale např. [16] až jeho nástupci Andrewu Scott Waughovi, který navrhl „aby byla pojmenována po mém slavném předchůdci"; výšku hory vypočítal v roce 1852 Radhanath Sikdar.)

Počátek ruských triangulací spadá do roku 1809 zásluhou Karla Ivanoviče Tennera a Fedora Fedoroviče Schuberta. Roku 1816 zahájili Friedrich Georg Wilhelm Struve (v ruské podobě Vasil Jakovlevič Struve, od 1831 von Struve) a Carl Friedrich Tenner (K. I. Tenner) ruské stupňové měření. V Tennerově skupině pracoval pozdější generál a znalec Kavkazu Józef Chodźko. Na observacích ve Skandinávii se podíleli po roce 1844 Nor Christopher Hansteen a Švédové Nils Selander a Daniel Georg Lindhagen. K úhlovým měřením v severní části oblouku Struve použil univerzální teodolit o průměru 13 palců mnichovské firmy Reichenbach – Ertel (obr. 6, Observatoř v Tartu, Estonsko). Tenner v jižní části měřil Bordovým kruhem, repetičním teodolitem Reichenbach a osmipalcovým univerzálem Ertel. Střední chyba vyrovnaného úhlu v síti dosáhla 0,57". Základny byly měřeny přístrojem, který navrhl F. W. Struve, a přístrojem C. F. Tennera. Struve v roce 1840 zveřejnil rychlost základnového měření svým přístrojem 70 m/1 h,



Obr. 6 Teodolit Reichenbach – Ertel, 1821, zdroj: [21]

Tennerovým 82 m/1 h. Měření bylo dokončeno v roce 1852. Struve už v roce 1829 na podkladě rozboru vlastních měření publikoval studii o vlivu příčné refrakce ([7], s. 70) a v letech 1857–1860 dílo *Arc du méridicu Danube*, pojednávající o tehdy nejrozsáhlejším stupňovém měření mezi Skandinávií a Dunajem o celkové délce 25° 20' zeměpisné šířky. Tzv. Struveho oblouk, nyní procházející 10 stávkami, byl roku 2005 zapsán do seznamu kulturního a přírodního dědictví UNESCO (podrobněji viz GaKO 2018/1).

Dánské měření se konalo v roce 1816 mezi německým Lauenburgem a Lysabbelem pod vedením Heinricha Christiana Schumachera. V observacích pokračoval Carl Christopher Georg Andræ v období 1837–1850. Střední chyba na stanici vyrovnaného úhlu je 0,71", délky základny 0,86 mm. Pro Marpertuiovo švédské měření z roku 1736 je uváděna střední chyba úhlu 8,896". Pro měření v roce 1863 mezi bodem Pahtawara a bodem u finského Malörn jsou uváděna jména Gustaf Swanberg a Schmidt, který došel k poněkud odlišným výsledkům [17]. Přesnost měření základny délky zhruba 2,64 km dosáhla 0,7 mm.

Hannoverské stupňové měření mezi městy Göttingen a Altona, navazující na dánské měření, vedl v letech 1821 až 1823 Carl Friedrich Gauss. V měření a vyhodnocení zvolil některá prioritní teoretická a přístrojová řešení, jejichž popis by překročil rozsah tohoto článku. Jednalo se o použití zrcadlového heliotropu, vyrovnání pomocí metody nejmenších čtverců (MNČ) a odvození refrakčního koeficientu 0,1306. Střední chyba vyrovnaného úhlu je 0,59". Gaussovo měření bylo připojeno na dánskou síť a rovnoběžkovým řetězcem propojeno přes holandskou na francouzskou síť. (Pro převod do roviny bylo použito Gaussovo konformní zobrazení.)

Probíhala ovšem celá řada dalších měření, jejichž kvalita je často zpochybňována. Nicolas Louis de Lacaille observoval v letech 1750–1751 u Kapského Města, Ruđer Josip Bošković v období 1751–1753 na území papežského

státu mezi Římem a Rimini, Charles Masson a Jeremiah Dickson v Pensylvánii mezi roky 1764–1768. V roce 1759 Josef Liesganig, ředitel jezuitské hvězdárny ve Vídni, na příkaz Marie Terezie zahájil stupňové měření na vídeňském oblouku. (Prvním trigonometrickým bodem v rakouské monarchii byl střed dnes neexistující kaple Sv. Kříže na Ostré Horce v k. ú. Soběšice u Brna, který byl počátečním bodem oblouku, končícího u uherského – dnes chorvatského – Varaždína.)

V roce 1858 gen. C. Ibañez de Ibero při měření ve španělské síti originálním způsobem řešil letitý spor volby delší či kratší základny. Základnu délky 14 463 m nedaleko Madridu rozdělil na 5 oddílů, z nichž každý přímo změřil základnovým přístrojem. Kontrolně délku celé základny určil rozvinutím ze středního úseku. Rozdíl 2 mm až 3 mm opravňoval k použití kratších základen.

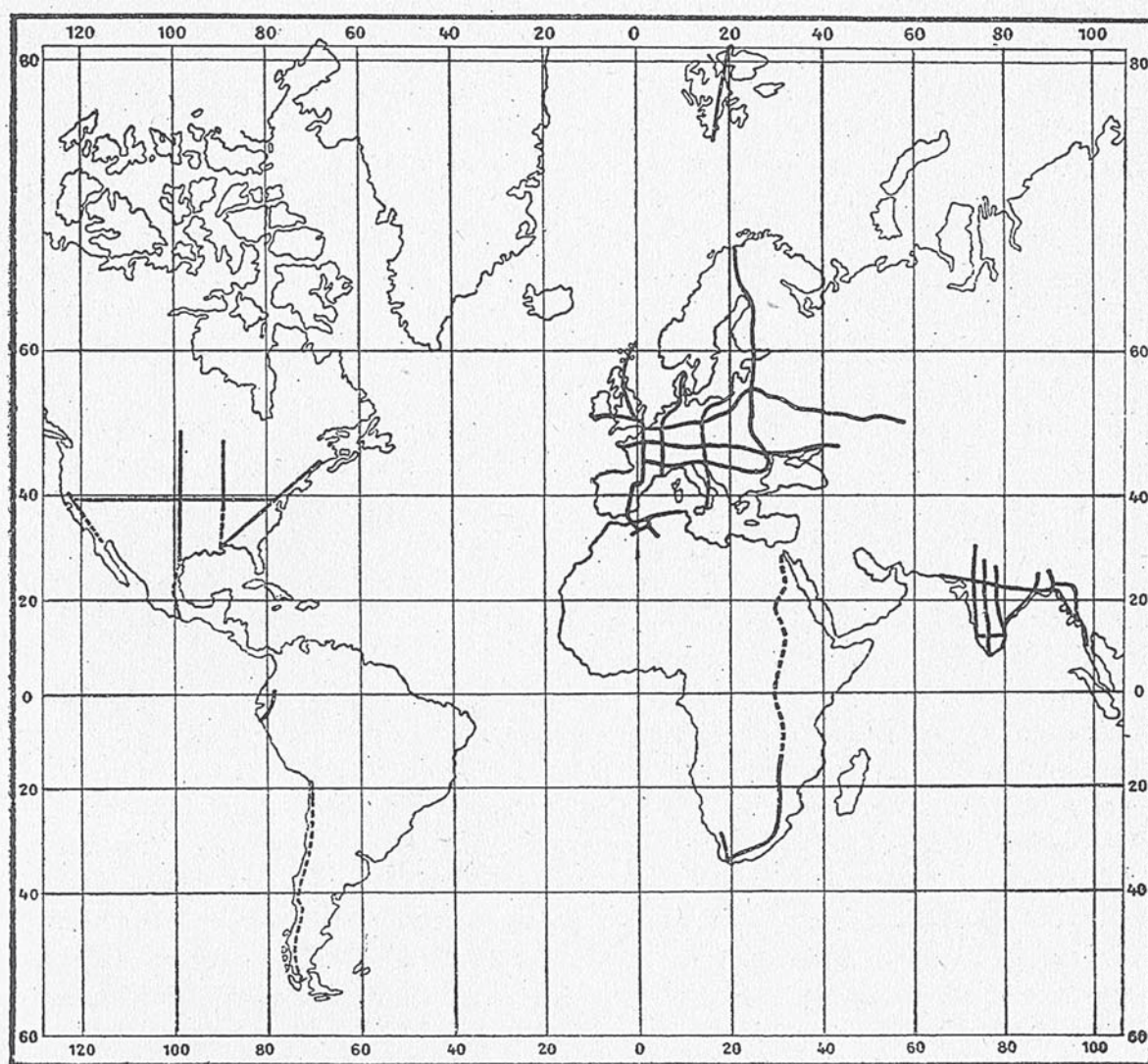
V historii byla odvozena řada referenčních elipsoidů, mnohdy s lokální platností. Přehled moderních stupňových měření do roku 1912 je uveden na [obr. 7](#) ([7], s. 13.)

Výběr některých z nich, použitelný pro vzájemná porovnání, uvádí [tab. 2](#) s využitím [18] a [19]; konvergence hodnot uváděných parametrů v čase je zřejmá. John Fillmore Hayford (1868–1925) svůj elipsoid publikoval v roce 1909; ten byl v roce 1924 jako první prohlášen společností

IUGG za mezinárodní. Stejná společnost přijala na generálním shromáždění v roce 1971 pro vědecké práce mezinárodního významu elipsoid geodetického referenčního systému 1967, značený IAG 1967.

V [tab. 2](#) neuvedené parametry elipsoidů, k nimž patří první a druhá excentricita, druhé zploštění a poloměr křivosti na pólu, stejně jako další vývoj a související podrobnosti, jsou záležitostí specializované literatury.

Besselův elipsoid, známý též pod označením Bessel 1841, byl vzhledem ke svým podkladům (srovnej [tab. 1](#)) velmi vhodný pro oblast Euroasie. V roce 1862 zahájil vídeňský Vojenský zeměpisný ústav (VZÚ) v Čechách měření vojenské triangulace na Besselově elipsoidu s referenčním bodem Hermannskogel. Stalo se tak v rámci rakouského stupňového měření, zahrnujícího 6 triangulačních řetězců. Udávaná střední chyba úhlu je 0,87". (Měření VZÚ v Čechách skončilo 1873, na Moravě 1883, v monarchii 1898.) Uvádí se, že ještě v roce 1950 bylo zhruba 50 % evropských triangulací počítáno na tomto elipsoidu (např. v Německu, nástupnických státech Rakousko-Uherska, ve Švýcarsku, v jižní Evropě), ale také v částech Indonézie (Sumatra, Kalimantan), Japonska (Okinawa) a v Eritrei a v Namibii, která byla německou kolonií (Německá jihozápadní Afrika v letech 1884–1915).



Obr. 7 Stupňová měření do roku 1912, zdroj: [9], s. 13

Tab. 2 Srovnání parametrů některých elipsoidů

| Autor | Rok | Velká poloosa [m] | Malá poloosa [m] | Zploštění 1 : |
|------------|------|-------------------|------------------|-----------------|
| Delambre | 1810 | 6 376 985 | | 308,646 5 |
| Airy 2 | 1830 | 6 377 563,4 | 6 356 256,91 | 299,324 964 6 |
| Everest | 1830 | 6 377 276,345 | | 300,801 7 |
| Bessel | 1841 | 6 377 397,155 | 6 356 078,963 | 299,152 812 8 |
| Clarke | 1880 | 6 378 249,17 | 6 356 514,99 | 293,466 3 |
| Hayford | 1924 | 6 378 388,000 | 6 356 911,946 | 297,0 |
| Krasovskij | 1940 | 6 378 245,000 | 6 356 863,019 | 298,3 |
| 1AG 1967 | 1967 | 6 378 160,000 0 | 6 356 774,516 1 | 298,247 167 |
| WGS84 | 1984 | 6 378 137,000 | 6 356 752,314 2 | 298,257 223 563 |
| PZ-90 | 1990 | 6 378 136,0 | 6 356 751,361 8 | 298,257 839 303 |

5. Závěr

V Československu byl Besselův elipsoid použit pro definování Souřadnicového systému Jednotné trigonometrické sítě (S-JTSK), zavedení unifikačním katastrálním zákonem č. 177/1927 Sb. V České republice platí Nařízení vlády č. 430/2006 Sb. o stanovení geodetických referenčních systémů a státních mapových děl závazných na území státu a zásadách jejich používání, ve znění nařízení vlády č. 81/2011 Sb. Za závazné geodetické systémy jsou považovány mj. Světový geodetický systém 1984 (WGS84), Evropský terestrický referenční systém (ETRS89) a Souřadnicový systém Jednotné trigonometrické sítě katastrální (S-JTSK). Ve Slovenské republice (SR) vydal Úrad geodézie, kartografie a katastra SR Vyhlášku č. 300/2009 Z. z. v znení neskorších predpisov, ktorou sa vykonáva zákon Národnej rady SR č. 215/1995 Z. z. o geodézii a kartografii v znení neskorších predpisov, ktorá za souřadnicové referenční systémy prohlašuje ETRS89 a S-JTSK.

Tento text vznikl v rámci grantového projektu Ministerstva kultury České republiky NAKI II, č. DG18P02OVV054 Zeměměřické a astronomické přístroje používané na území ČR od 16. do konce 20. století.

LITERATURA:

- OTTO, J.: Ottův slovník naučný. Praha, Ottovo nakladatelství, díl III., 1890, hesla Bessel F. W., B.-ovy funkce, B.-ův vzorec, s. 889-890.
- Wikipedie, otevřená encyklopedie. Friedrich Bessel. [online]. Dostupné z: https://cs.qaz.wiki/wiki/Friedrich_Bessel [2021-04-04].
- REPSOLD, J. A.: Friedrich Wilhelm Bessel. *Astronomische Nachrichten*, svazek 210, 1919, č. 11–12, sl. 161-234; poznámka: dva číslovací sloupce na stránce. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/asna.19202101102> [2021-03-28].
- SCHMIDT, R.: Die preußische Dreiecks-kette vom Rhein über Schlesien nach Memel 1817–1834. München, Deutsche Geodätische Kommission 2007, řada E, sešit č. 29, ISSN 0065-5341.
- BESSEL, F. W.-BAEYER, J. J.: Gradmessung in Ostpreußen und ihre Verbindung mit Preußischen und Russischen Dreiecks-ketten. Berlin, 1883. Reprint: Milton Keynes, Wentworth Press, 2018. ISBN-13 : 978-0270884654.
- Die Universität Göttingen. Universalinstrument von Reichenbach und Er-tel. [online]. Dostupné z: https://sammlungen.uni-goettingen.de/objekt/record_kuniweb_675675/1/-/ [2021-04-28].
- JORDAN, W.-EGGERT, O.: Handbuch der Vermessungskunde. 3. díl, 1. svazek. 8. upravené vydání. Stuttgart, J. B. Metzlersche Verlagsbuchhandlung 1939.
- Geodetický a kartografický obzor. 100. výročí nového měření základny u Josefova. [online]. Dostupné z: https://egako.eu/wp-content/uploads/2018/05/gako_2018_05.pdf.
- VYKUTIL, J.: Vyšší geodézie. Praha, Kartografie 1982.
- JORDAN, W.: Vergleichung der Genauigkeit verschiedener Gradmessungen. *Astronomische Nachrichten*, 1873, svazek 80/1898, sl. 17-22. Zdroj: meziknihovní služba Zeměměřické knihovny VÚGTK, v. v. i.
- JORDAN, W.: Handbuch der Vermessungskunde. 3. díl. Stuttgart, J. B. Metzlersche Verlagsbuchhandlung 1890, s. 163-180.
- BESSEL, F. W.: Bestimmung der Axen des elliptischen Rotations-sphäroids, welches der vorhandenen Messungen von Meridianbögen der Erde am meisten entspricht. *Astronomische Nachrichten*, 1837, svazek 14/333, sl. 333-346. Zdroj: meziknihovní služba Zeměměřické knihovny VÚGTK, v. v. i.
- BESSEL, F. W.: Ueber einen Fehler in der Berechnung der französischen Gradmessung und seinen Einfluß auf die Bestimmung der Figur der Erde. *Astronomische Nachrichten*, 1842, svazek 7/438, sl. 97-116. Zdroj: meziknihovní služba Zeměměřické knihovny VÚGTK, v. v. i.
- HÁNEK, P.: Data z dějin zeměměřictví. 25 tisíc let oboru. 2. vydání. Praha, Klaudivian 2012.
- HONL, I.-PROCHÁZKA, E.: Úvod do dějin zeměměřictví V. Novověk 3. část. Praha, ČVUT 1984, s. 70-94.
- Wikipedie, otevřená encyklopedie. George Everest. [online]. Dostupné z: https://cs.wikipedia.org/wiki/George_Everest.
- ČUBR, E.: O měření země II. *Časopis pro pěstování matematiky a fysiky*, 4, 1875, č. 2, s. 57-65.
- Wikipedie, otevřená encyklopedie. Referenzellipsoid. [online]. Dostupné z: <https://de.wikipedia.org/wiki/Referenzellipsoid> [2021-04-04].
- Military Topographic Department Of The General Staff Of Armed Forces Of The Russian Federation. The Earth Parameters 1990. [online]. Dostupné z: https://eng.mil.ru/files/PZ-90.11_final-v8.pdf
- Wikimedia Commons. [online]. Dostupné z: https://commons.wikimedia.org/wiki/Main_Page.
- Tartu Ülikooli muuseum. [online]. Dostupné z: <https://www.muuseum.ut.ee/>.

Do redakce došlo: 15. 4. 2021

Lektoroval:
Ing. Július Bartaloš, PhD.,
Bratislava