

Invar a jeho geodetické aplikace

Ing. Pavel Hánek, Ph.D.,
VÚGTK, v. v. i.,
Zemědělská a technologická fakulta
Jihočeské univerzity v Českých Budějovicích,
doc. Ing. Pavel Hánek, CSc.,
Fakulta stavební ČVUT v Praze

Abstrakt

Text krátce zmiňuje historii objevu a použití slitin invar a elinvar a jejich využití v geodézii. Pozornost je věnována především aplikacím při měření délek včetně geodetických základen a při konstrukci přístrojů, zejména nivelačních a základnových latí. Hodnoty teplotní roztažnosti jsou demonstrovány i pomocí empiricky získaných hodnot u kódových nivelačních latí.

Invar and Its Geodetic Applications

Abstract

The article briefly mentions the history of the discovery and use of invar and elinvar alloys and their use in geodesy. Particular attention is given to applications in measuring lengths, including geodetic bases, and in the construction of instruments, especially levelling and base rods. Values of thermal expansion are also demonstrated using empirically obtained values for invar barcode levelling rods.

Keywords: Ch. É. Guillaume, invar, elinvar, invar levelling and baseline rod

1. Základní údaje o invaru

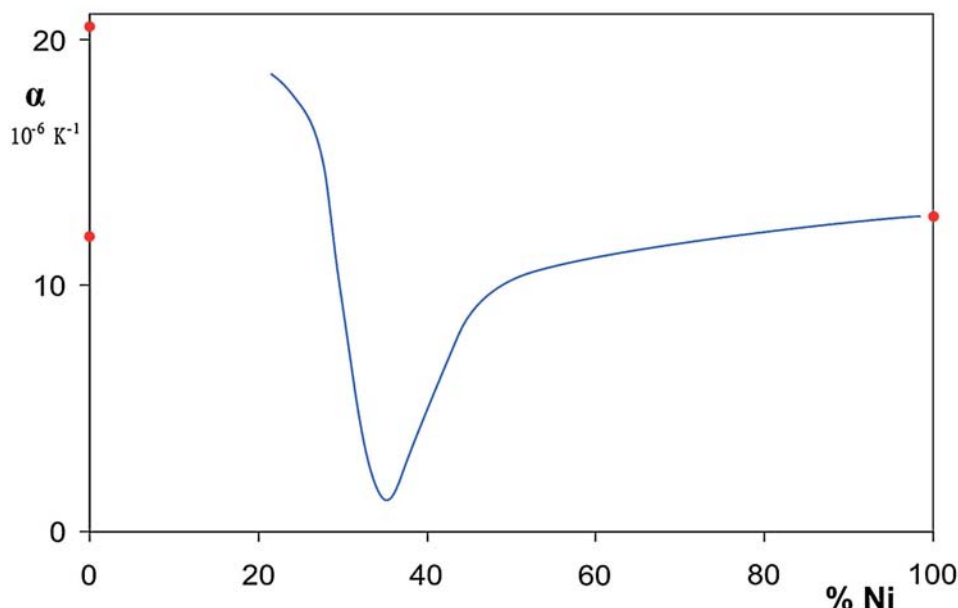
Pojmenování materiálu „invar“ pochází z latinského invariabilis (neproměnný). Tento název vyzdvihuje základní vlastnost invaru, díky které se stal velice využívaným, a tou je malá teplotní roztažnost (malá změna rozměrů při různých teplotách). Podle základní definice je invar slitinou přibližně 36 % niklu (chemická značka Ni) a 64 % železa (Fe); kromě nich obsahuje slitina i řadu dalších prvků. (Poznámka: Kombinace niklu a železa byla používána i v bate-

riích/akumulátorech prvních elektronických geodetických přístrojů – totálních stanic, gyroteodolitů a laserů.) V **tab. 1** je uvedeno podrobné chemické složení invaru, jak ho uvádějí někteří výrobci a česká technická norma [1].

Z dalších důležitých fyzikálních charakteristik invaru uvádíme hustotu materiálu $8,11 \text{ g} \cdot \text{cm}^3$, tepelnou vodivost $10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1}\text{K}^{-1}$, měrnou tepelnou kapacitu $515 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}\text{K}^{-1}$. Německá společnost SLM Solutions uvádí, že teplota $280 \text{ }^\circ\text{C}$ odpovídá tzv. Curieově teplotě T_c [2]. (Poznámka: Pod teplotou T_c jsou slitiny feromagnetické.)

Tab. 1 Chemické složení invaru

Prvek	zastoupení v % dle			
	[1]	[2]	[3]	[4]
Al – hliník	-	0,10	-	-
C – uhlík	max. 0,12	0,05	0,10	0,10
Co – kobalt	-	0,50	1,00	1,00
Cr – chrom	-	0,25	0,50	0,50
Cu – měď	-	-	0,50	-
Fe – železo	doplňěk	doplňěk	doplňěk	doplňěk
Mg – horčík	-	0,10	-	-
Mn – mangan	max. 0,50	0,60	0,60	0,60
Mo – molybden	-	-	0,50	0,50
Ni – nikl	35,5-36,5	38,00	35,00 – 37,00	35,0-38,0
P – fosfor	max. 0,025	0,015	0,025	0,025
S – síra	max. 0,025	0,015	0,025	0,025
Si – křemík	max. 0,25	0,40	0,35	0,35
Ti – titan	-	0,10	-	-
Zr – zirkonium	-	0,10	-	-

Obr. 1 Závislost koeficientu α na složení slitiny, zdroj: [4]

Invar se běžně značí jako FeNi36 (v USA podle některých pramenů 64FeNi). V obchodní praxi se pro označení materiálu používá názvů, které číslem 36 odkazují na množství niklu ve slitině (např. Invar® 36 alloy, ATI 36, Alloy 36). Samotné složení slitiny je uváděno v řadách norem, např. ČSN EN 61249-7-1, pro USA UNS K93600 a UNS K93603. Podle [3] má v USA slitinu s názvem Invar registrovanou společnost Aperam.

Charakteristickou vlastností takto definované slitiny je v úzkých mezích podílu niklu velmi nízký koeficient teplotní délkové roztažnosti α (obr. 1). Hodnota α je pro invar řádově $1,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ (jiný způsob zápisu $1,5 \text{ ppm}/^\circ\text{C}$ nebo $1,5 \mu\text{m}/\text{m } ^\circ\text{C}$) [4]. Německý výrobce Metalcor v [5] uvádí, že nízká teplotní roztažnost platí od nízkých teplot až po teplotu 250°C . Některé invarové slitiny dosahují i záporných hodnot teplotní roztažnosti, pak se hovoří o negativní teplotní roztažnosti (NTE). Vlastnosti, že se materiál při zahřátí smršťuje, se využívá např. při konstrukci bimetalických měřidel, odstraňujících nebo omezujících nejistotu zavedení korekce z teploty.

V [5] je uvedeno, že pro stabilizaci součinitele teplotní roztažnosti je třeba slitinu invaru tepelně zpracovat:

- žiháním při 880°C po dobu 0,5 h a kalením vodou,
- žiháním při 300°C po dobu delší než 1 h a chlazení vzduchem,
- ohřevem na 100°C a chlazením pece po dobu 48 h.

Invar je za běžných teplot v rozsahu -32°C až $+275^\circ\text{C}$ velmi dobře opracovatelný. To ho předurčilo pro četná použití ve strojírenství, leteckém průmyslu, kosmickém výzkumu, jemné mechanice a optice pro výrobu přístrojů, součástí a prvků s velmi úzkými tolerancemi, tedy pokud možno nepodléhajících teplotní rozměrové změně. Na zajímavé anomální chování této slitiny podle klasika české odborné literatury upozornil již americký fyzik Hopkinson ([6], s. 64, bez bližších podrobností).



Obr. 2 Ch. É. Guillaume, zdroj: [7]

laume (1861–1938, obr. 2). V roce 1883 se stal zaměstnancem Mezinárodního ústavu pro míry a váhy, založeného v roce 1875. (Bureau international des poids et mesures, BIPM, jedna ze tří mezinárodních organizací, které udržují standardy soustavy SI.) Cílem zhruba dva roky trvajících výzkumných prací bylo nalezení materiálu, vhodného pro výrobu geodetických délkových etalonů a měřidel, pásem a drátů pro velmi přesná měření [7].

Objev invaru se uskutečnil v roce 1896, kdy ředitelem BIPM byl fyzik René Justin Miranda Benoit (1844–1922, ředitelem v letech 1889–1915), člen francouzské Akademie věd. Některá literatura za objevitele považuje oba vědce (např. [8], s. 88). R. J. M. Benoit pracoval na určování délky světelných vln a definici metru, ale účastnil se též francouzské triangulace. Ch. É. Guillaume se podílel na zavádění metrické konvence, ředitelem BIPM se stal v roce 1915. Byl členem francouzské, švédské a ruské Akademie věd. V roce 1920 obdržel Nobelovu cenu za objev invaru, který je dosud jedinou takto oceněnou prací z oboru me-

2. Historie invaru

Ve většině dostupných zdrojů je za objevitele invaru považován francouzsko-švýcarský fyzik Charles Édouard Guil-

talurgie [9]. Ch. É. Guillaume je též považován za objevitele nemagnetického elinvaru (elastic invar), který je slitinou 52 % železa, 36 % niklu a 12 % chromu (Cr) [10]. Podle našeho názoru se názvy obou materiálů často zaměňují. Slitiny železa s chromem (15 % – 18 %) nebo niklem (2 % – 8 %) jsou základem četných variant nerezových ocelí [4].

Invar byl sice vyvinut pro geodetické účely, ale prakticky souběžně začal být využíván v dalších oborech. Jedním z prvních bylo hodinářství, kde se invar uplatnil při výrobě vyvažovacích koleček a kyvadel. (Poznámka: Kyvadlové hodiny v úpravě Clemense Rieflera z roku 1898 vykazovaly odchylku 10 milisekund za den. Až do roku 1930 byly primárním časovým normálem, tedy i pro aplikace vyšší geodézie.)

Podle [11] bylo v roce 1930 nezávisle v Japonsku a USA určeno, že by mohlo dojít ke snížení teplotní roztažnosti invaru v případě, že část niklu bude nahrazena kobaltem. Nová slitina s obsahem 6 % kobaltu a 30 % niklu se začala označovat jako Super Invar. V USA je dnes používáno označení Super-Invar, ve Francii Superieur a v Číně 4J32. Čínská společnost Sekonic Metal Technology Development Co., Ltd. na svých webových stránkách [12] uvádí, že takto označené slitiny obsahují 3,2 % – 4,2 % kobaltu.

Slitina FeNi42, která má koeficient teplotní roztažnosti $\alpha \approx 5,3 \cdot 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$, je používána pro elektronické součástky, integrované obvody atd. [4]. Slitiny FeNiCo (s označením Kovar nebo Dilver P) mají stejné vlastnosti jako borosilikátové sklo s vysokou teplotní a chemickou odolností, a proto se používají pro optické části v širokém rozsahu teplot a aplikací. Variantami elinvaru (např. [10]) jsou feromagnetická slitina na bázi železa a kobaltu, antiferomagnetická slitina na bázi manganu (Mn) a chromu a nemagnetická slitina na bázi palladia (Pd).

3. Geodetické aplikace

V zeměměřičství se invar uplatnil při konstrukci a výrobě délkových měřidel nebo pomůcek a prvků měřických přístrojů, protože není křehký jako ocel a má dobré antikorozní vlastnosti. K nim patří zejména základnové dráty, pásma, laboratorní i polní etalony, základnové a nivelační latě. Samozřejmě byly souběžně nebo v bezprostřední minulosti používány i jiné materiály. V tab. 2 uvádíme hodnoty koeficientu teplotní roztažnosti α některých materiálů používaných v geodetických přístrojích a pomůčkách. Ta-

bulka byla sestavena převážně z údajů ([13], s. 64), Wikipedie a [14].

Tab. 3 (zdroj: [3]) a tab. 4 (zdroj: [15]) uvádí podrobné hodnoty teplotní roztažnosti invaru v jednotlivých teplotních intervalech, tak jak je uvádějí někteří výrobci v technických specifikacích materiálu.

Tab. 3 Koeficient teplotní roztažnosti α a společnosti Allegheny Technologies Incorporated

Teplota ($^{\circ}\text{C}$)	α ($10^{-6}/^{\circ}\text{C}$)
-240 až -18	1,8
-129 až -18	1,6
+25 až +93	0,5–1,1
+25 až +148	0,8–1,4
+25 až +260	2,0–2,7
+25 až +371	3,7–4,4

Tab. 4 Koeficient teplotní roztažnosti α a společnosti Ulbrich Stainless Steels & Special Metals, Inc.

Teplota ($^{\circ}\text{C}$)	α ($10^{-6}/^{\circ}\text{C}$)
-200 až +20	1,5
-100 až +20	1,3
+20 až +100	1,5
+20° až +150	2,0
+20° až +300	5,5
+20° až +450	9,3
+20° až +500	10,1

Tab. 2 Koeficient teplotní roztažnosti α

Materiál	α ($10^{-6}/^{\circ}\text{C}$)	Materiál	α ($10^{-6}/^{\circ}\text{C}$)
křemen tavený	0,5	nikl	13,0
skupina invarů a elinvarů	-0,2 – 5,3	bronz	18,0
sklo optické	$\approx 3,0$	mosaz	18,7
dřevo (podélně)	3,2 – 4,6	stříbro	19,5
platina	8,9	hliník	22,6
ocel (pásma)	$\approx 11,5$	zinek	26,3



Obr. 3 Koncová stupnice, zdroj: [35]

3.1 Dráty pro měření základnen

Triangulace mají velmi dlouhou historii, neoddělitelně spojenou s problematikou měření základnen. Pro měření základnen s délkou řádově ve stovkách metrů až kilometrech byly v 1. polovině 19. století vyvinuty a ještě počátkem 20. století používány základnové přístroje tzv. 2. generace s tuhými měřidly [16]. Dosahovaly velmi dobré přesnosti, pohybující se okolo 2,0–0,7 mm/km. Pracný postup byl však poměrně pomalý, zhruba od 30 m/h až po 142 m/h u tzv. nového španělského přístroje, který byl jednou z posledních konstrukcí ([17], s. 103). Byly proto hledány metody při stejné nebo vyšší přesnosti rychlejší. Problematika měření základnovými přístroji s tuhými nebo svinovacími měřidly byla podrobně uváděna v odborné literatuře ještě koncem 30. let 20. století ([18], s. 106–171).

Už roku 1784 se neúspěšně pokoušel skotský geodet, generálmajor William Roy (1726–1790) o použití ocelového řetězce ([6], s. 85); v té době vedl anglické stupňové měření a podílel se na trigonometrickém spojení hvězdáren v Greenwichu a Paříži [16]. Autorem prvních základnových souprav s napínacími svinovacími měřidly, tedy s dráty nebo pásmy, se stal švédský geodet, profesor Edvard Jäderin (1852–1923). Současně stanovil měřické postupy, které se uplatnily později i při měření invarovými dráty. V roce 1874 prováděl pokusy s dvojicemi kovových drátů délky 25 m různé teplotní roztažnosti, takže mohla být zaváděna oprava délky měřidel z teploty. Prakticky současně stejný problém nezávisle řešili američtí geodeti, kteří se přiklonili k pásmům délky 50 m nebo 100 m. Jäderinův přístroj a postup zdokonalil Ch. É. Guillaume. Novou metodu poprvé vyzkoušela roku 1898 rusko-švédská expedice na Špicberkách ([6], s. 65–67). Dověšením tohoto vývoje bylo použití invarových drátů.

Jules Carpentier (1851–1921), známý především jako optik, elektrotechnik, průkopník kinematografie, byl francouzským výrobcem invarových drátů pro měření základnen a zasloužil se též o zpřesnění měřické technologie. Dráty měly délku 24 m, průměr 1,65 mm, s milimetrovými stupničkami číslovanými zleva doprava v délce 8 cm nebo 10 cm u obou konců (obr. 3). Obdobné dráty vyráběl také v Paříži Marc François Louis Secrétan (1837–1939); podnik nesoucí jeho jméno pracoval do roku 1963. Při tažení in-

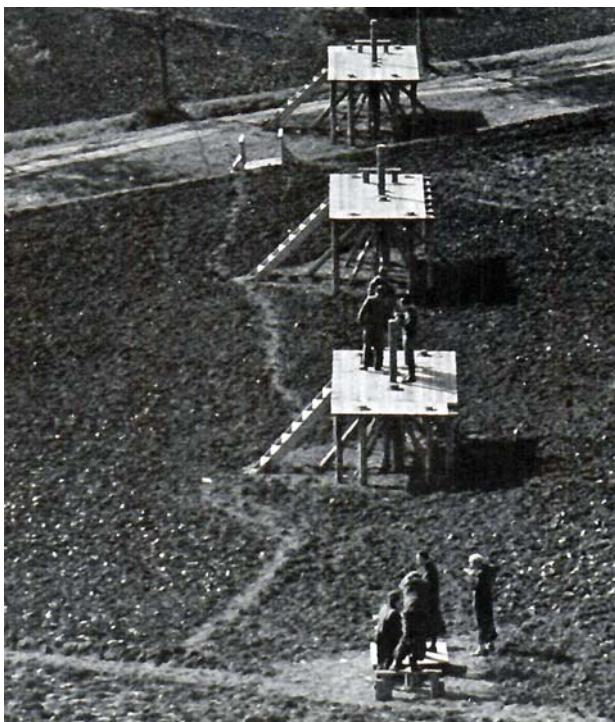
varu do drátu vzniká v materiálu určité pnutí. To se odstraňovalo ještě před kalibrací tzv. umělým stárnutím (dozráním) invaru, které spočívalo v zhruba 400 úderech rozvinutým drátem o koberec pokrytou podlahu. Při transportu a manipulaci s drátem bylo nutno zabránit nežádoucím otřesům a nárazům a drát pravidelně kalibrovat ([6], s. 79).

Vídeňský Vojenský zeměpisný ústav (VZÚ) zakoupil v roce 1907 od firmy Carpentier 4 invarové dráty (č. 164 až 167) s plnou výbavou. (Poznámka: 1 drát stál 120 F.) Uherská triangulační kancelář zakoupila u stejné firmy další 4 dráty (č. 192 až 195). V roce 1918 s nimi rakousko-uherská armáda ve spolupráci s německými vojenskými složkami měřila mezinárodní základnu u Josefova. Dráty po skončení války zůstaly na území Československa a převzal je nově založený VZÚ v Praze. V roce 1928 VZÚ měřil základnu u Mukačeva (dnes na Ukrajině), v roce 1936 základnu u slovenských Feledinců (po roce 1948 Jesenské) a o rok později u Piešťan. V době okupace všech 8 drátů patřilo Zeměměřickému úřadu Čechy a Morava. V roce 1943 byla budována základna u Poděbrad (obr. 4). Délka 12,4 km byla změřena s relativní přesností 1 : 2 900 000. Podrobné informace lze nalézt v [19]. V letech 1938–1939 byla také zřízena komparační základna invarových drátů u letohrádku Hvězda v Praze s délkou 960 m s relativní přesností 1 : 5 652 000 ([20], s. 79); v současnosti není tato technická památka bohužel udržována.

Poválečná československá souprava pro měření geodetických základnen byla tvořena 4 dráty firmy Carpentier (č. 165, 166, 193 a 195) a 4 dráty (č. S7, S8, S9 a S10), zakoupenými v roce 1937 od firmy Secrétan [21]. Pro tyto sady invarových drátů bylo provedeno v roce 1954 rozsáhlé mezinárodní komparační měření. Součástí komparace (kalibrace) bylo i určení teplotní roztažnosti jednotlivých drátů [21]. Čtyři dráty Carpentier, nyní patřící Výzkumnému ústavu geodetickému, topografickému a kartografickému, v. v. i. (VÚGTK), jsou navinuty na hliníkovém bubnu o průměru 510 mm, uloženým v dřevěné bedně (obr. 5). Tato sada byla také jako významná památka představena odborné i laické veřejnosti na výstavě Jak se měří svět, která se konala od července 2021 do konce února 2022 v Národním technickém muzeu v Praze. ([22], s. 267). Chyby a redukce délek měřených invarovými pásmy a dráty jsou podrobně popsány v ([23], s. 67–92) nebo ([20], s. 217–221).

3.2 Niveláčnické invarové latě

Starší ze dvou nejznámějších měřických invarových pomůcek je pevná niveláčnická latě s invarovým páskem, na němž je vynesena čárková stupnice s délkou obvykle 1,8 m nebo 3 m. Invarovou niveláčnickou latě jako první uvedla na trh z podnětu prof. A. Schella významná vídeňská firma Rudolf & August Rost v roce 1905. Firma Carl Zeiss Jena následovala v roce 1914 (obr. 6). Ve 2. polovině 20. století byly u nás převážně používány dvoustupnicové latě Zeiss Jena, jejichž čtení se musí lišit o konstantní hodnotu. Dvou-



Obr. 4 Příprava délkové základny Poděbrady, archiv autorů

stupnicové jsou i latě firem Kern a Wild. Zhruba v roce 1980 uvedla firma Wild Heerbrugg AG. (později Leica, dnes Leica Geosystems patří do skupiny Hexagon) na trh invarové latě s kódovou stupnicí jako příslušenství prvního digitálního niveláčnického přístroje NA 1000 ([24], s. 61 a 81).

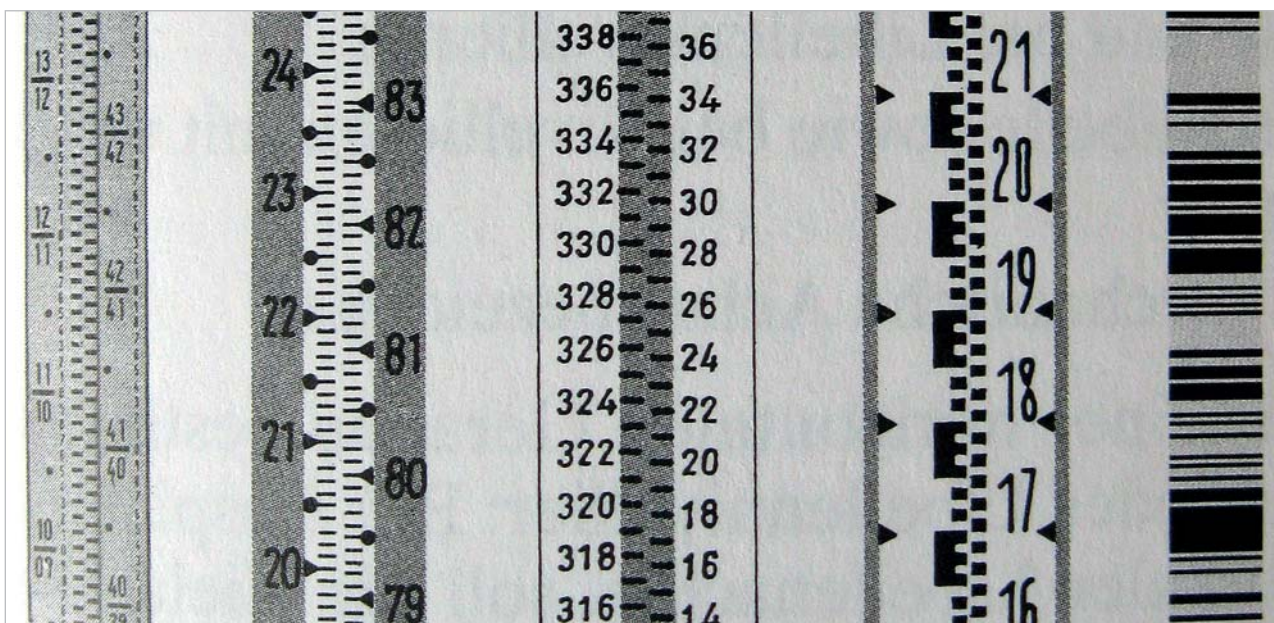
3.2.1 Empirické ověření roztažnosti latí

Ověření teplotní roztažnosti invarových latí je v současnosti v kalibrační laboratoři VÚGTK prováděno s využitím prototypu, který byl vyvinut pro tyto potřeby. Na obr. 7 je pohled do kalibrační laboratoře během určování teplotní roztažnosti.

Výrobce Leica Geosystems AG uvádí v uživatelském návodu k invarovým niveláčnickým latím GPLE2N/GPLE3N a GPCL2/GPCL3 z roku 2007 hodnotu $\alpha < 1 \text{ ppm}/^\circ\text{C}$. Ně-



Obr. 5 Základnové dráty Carpentier, zdroj: [35]



Obr. 6 Invarové latě, zleva VEB Zeiss Jena, Kern, Wild, Zeiss Oberkochen a Leica, zdroj: [31], s. 281

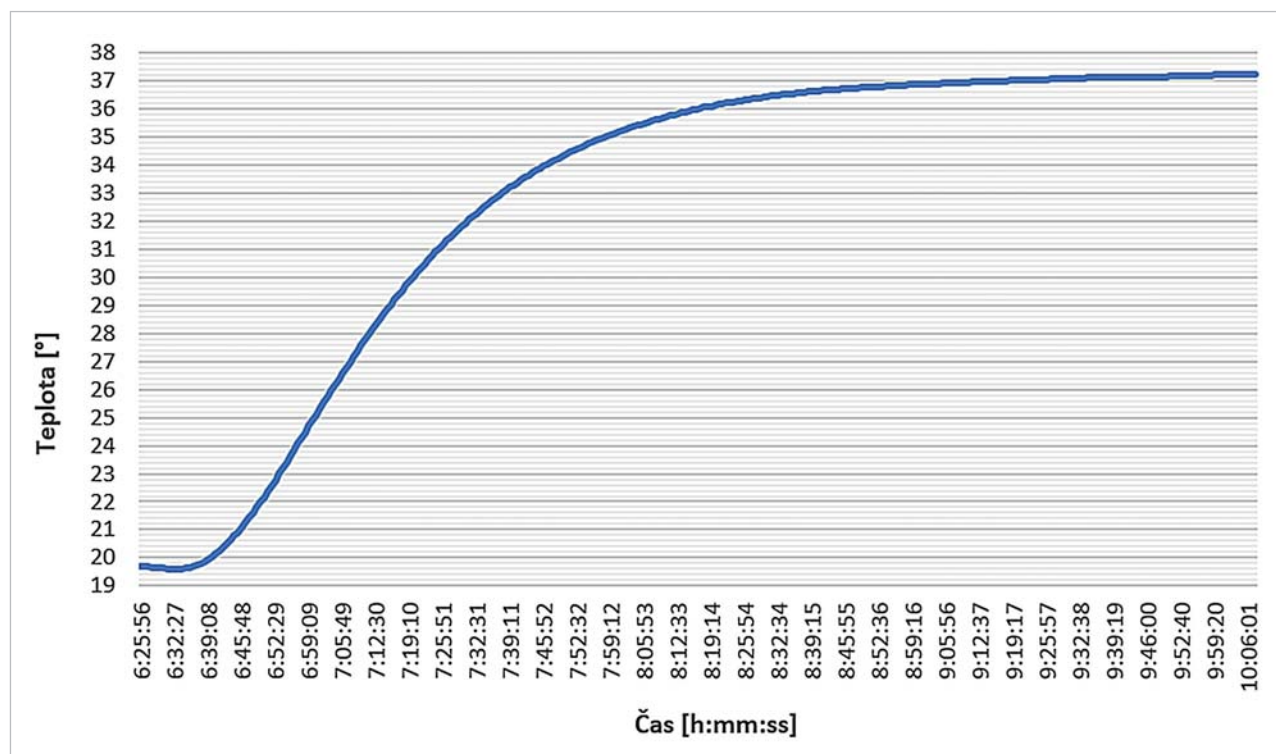
mecká společnost Nedo GmbH & Co. KG, která je výrobcem širokého geodetického příslušenství včetně invarových latí pro různé výrobce přístrojů, uvádí ve svém aktuálním produktovém katalogu hodnotu $\alpha < 1,5 \text{ ppm}/^\circ\text{C}$. V **tab. 5** jsou uvedeny určené hodnoty pro 14 invarových nivelačních latí, které jsou běžně používány pro měřické práce a jsou různého stáří a opotřebení. Latě jsou v průběhu určování roztažnosti pozvolně zahřívány tak, aby nedocházelo k šokovým změnám teploty materiálu. Průběh zahřívání a růstu teploty u jedné z měřených latí je zobrazen v grafu na **obr. 8**.



Obr. 7 Pohled do kalibrační laboratoře VÚGTK během určování teplotní roztažnosti, foto: autoři

Tab. 5 Empirické určení roztažnosti kódových invarových nivelačních latí

Lat'	ΔL [μm]	Δt [$^\circ\text{C}$]	α [K^{-1}]
1	55,2	17,3	$1,1 \cdot 10^{-6}$
2	63,7	21,9	$1,0 \cdot 10^{-6}$
3	94,0	20,6	$1,6 \cdot 10^{-6}$
4	38,2	20,0	$6,5 \cdot 10^{-7}$
5	77,6	21,7	$1,3 \cdot 10^{-6}$
6	89,0	19,9	$1,5 \cdot 10^{-6}$
7	70,1	21,5	$1,2 \cdot 10^{-6}$
8	69,1	21,9	$1,1 \cdot 10^{-6}$
9	74,5	16,9	$1,5 \cdot 10^{-6}$
10	55,5	18,3	$1,1 \cdot 10^{-6}$
11	79,0	21,8	$1,3 \cdot 10^{-6}$
12	41,7	19,8	$7,2 \cdot 10^{-7}$
13	75,2	17,6	$1,5 \cdot 10^{-6}$
14	70,3	19,4	$1,2 \cdot 10^{-6}$



Obr. 8 Graf s vývojem teploty nivelační latě během zahřívání

3.3 Základnové latě

V dalším textu jsou zmíněny u nás nejnámější soupravy základnové latě a vteřinového teodolitu, které jsou představiteli dálkoměrů s vodorovnou latí konstantní délky v cíli, dříve často používaných v trojpodstavcové soupravě pro přesné práce. Lať musí být kolmá na záměru, vodorovný úhel proti ní se obvykle měří speciálními postupy. Základnové invarové latě byly nabízeny se vzdáleností cílových terčů 2 m. Určená délka je vodorovná. Při běžném postupu je relativní přesnost 1 : 5 000 pro vzdálenosti do 100 m, u speciálních postupů 1 : 500 000.

Prvenství ve výrobě invarové základnové latě přísluší firmě Wild Heerbrugg do počátku 20. let 20. století. Lať se skládala ze dvou kovových trubek, spojených otočným kloubem. Při dopravě tedy bylo možno lať „sklapnout“. Uvnitř každého ramene je invarový drát, upevněný jedním koncem ke kloubu a na druhém konci k cílovému znaku tak, že drát je vypínán pružinou konstantní silou. Nevýhodou bylo možné opotřebení kloubu. Po rozložení pak cílové znaky a střed kloubu (svislá osa latě) neležely v přímce, vzniklá podélná excentricita latě znamenala systematickou změnu přímé vzdálenosti znaků. Pro měření paralaktického úhlu byl používán teodolit T2 ([25], s. 164). Druhým konstrukčním představitelem je základnová invarová lať Zeiss Bala (obr. 9). V tomto případě jsou obě ramena samostatně oddělitelná, ve středu latě ve svislé ose je též cílová značka, délka složené latě je 2 m. Ve stísněných poměrech lze použít pro měření i poloviční délku latě. Výhodou je opět složení latě pro dopravu, nevýhodou možnost chybného spojení obou ramen převlečnou maticí. Pro měření byl používán teodolit Th IV nebo po roce 1945 přístroje obou následnických firem. V Československu to byly teodolity řady Zeiss Jena Theo 010 a novější Theo 010 A/B.

Chyba v určení délky latě je systematická. Laboratorní kalibrace byla proto prováděna s přesností $\pm 5\text{--}10\ \mu\text{m}$. Pro přesné práce bylo používáno měření paralaktického úhlu δ v laboratorních jednotkách podle Ing. J. Křováka s požadovanou přesností $m_\delta = 0,4\ \text{mgon}$. Přesnost měření úhlu δ se zvyšuje s odmocninou z počtu opakovaných pozorování. Pro nejpřesnější měření bylo dosahováno relativní přesnosti délek až 1 : 500 000 [26]. Základní obrazec článku s teodolitem na jednom konci a kolmo zacílenou vodorovnou latí na druhém konci byl pro délky řádově ve stovkách metrů rozvíjen do obrazců s pomocnou základnou uprostřed nebo na konci. Podrobné informace o měření a jeho možných chybách přináší soudobá literatura, zejména ([27], s. 56–119).

V tzv. Adámkově metodě byla oboustranná lať v úpravě VÚGTK umístěna uprostřed článku, teodolity stály na obou koncových bodech. Lať Zeiss Bala byla upravována na oboustrannou nalepením značek ve tvaru kružnice nebo dvou svísele proti sobě obrácených půlkruhů (zhruba 3C)

na rubovou stranu sklíček cílových znaků [28]. Podle protokolů kalibrací (komparací) VÚGTK se pro 6 vybraných latí Bala, dlouhodobě používaných ve výuce inženýrské geodézie na katedře speciální geodézie FSv ČVUT v Praze ve 2. polovině 20. století, pohybovala tloušťka sklíček koncového znaku v rozmezí 2,4 mm až 3,5 mm a podélná excentricita latě na líci v rozmezí +0,6 mm až -0,2 mm; tyto hodnoty se zaváděly do výpočtu. Stočení záměrné přímky kolimátoru od kolmice se pohybovalo v rozmezí 0,04 gon až 0,10 gon, což naznačuje i nutnost zacílení na stejně excentrickou vidlici dalekohledu teodolitu. Chyba kolimátoru v důsledku znamená stočení latě od kolmice k záměrné přímce teodolitu, takže měření paralaktický úhel je vždy menší. Tato systematická chyba znamená pro délku latě 2 m zkrácení -40 μm až -247 μm . Obdobný vliv má neurovnání latě pomocí krabicové libely, které však lze snadno kontrolovat vodorovným vláknem ryskového kříže. Odchylka délky latě od nominální hodnoty byla v rozmezí od +825 μm po -713 μm na líci a na rubu od +915 μm po -203 μm . Směrodatná odchylka jedné komparace (kalibrace) délky téže latě od průměru v období let 1966–1988 byla 25 μm ; roční změny zpravidla nepřekročily nejistotu laboratorního určení rozměru. Zaváděná hodnota teplotní roztažnosti byla $\alpha = 2,5\ \text{ppm}/^\circ\text{C}$.

Princip nepřímého paralaktického měření délek byl ovšem znám už dříve. Paralaktický úhel δ se měřil na dva cílové znaky, které byly osazeny na vhodném nosiči buď v celočíselné nebo v obecné vzdálenosti, která se co nejpřesněji určila jiným způsobem, např. polními etalony. Technickou zajímavostí bylo v některých případech použití teodolitu s kvalitním dalekohledem a s mikroměrným šroubem jemné ustanovky. To dovolovalo měřit malé úhly s vyšší přesností, nežli běžným postupem (třeba i repeticí) na hrubším dělení vodorovném kruhu (obr. 10). Vodorovný kruh nesignovaného přístroje na obr. 10 je čten vernierem s přesností 1'. Jemná ustanovka je opatřena stupnicí s 20 dílky a bubínkovým mikrometrem se 100 dílky.



Obr. 10 Detail jemné ustanovky s mikrometrem, foto: autoři



Obr. 9 Základnová lať Zeiss Bala, zdroj: [26]

Pohybu v celém rozsahu odpovídá pootočení alhidády asi o $8^{\circ} 20'$. Z toho je odvozena hodnota 1 dílku mikrometru $15''$; odhadem lze číst $\frac{1}{2}$ dílku. (Např. při 4 cíleních v jedné poloze dalekohledu je pak dosažitelná střední chyba úhlu $5,3''$.) Obdobné zařízení s tangentovým šroubem bylo ve 30. letech 20. století dodáváno k teodolitu Zeiss Th IV.

Při měření v Německé východní Africe (Tanganika, později Rwanda, Burundi) byla pro nepřímé měření délek použita dřevěná základnová lať. (Poznámka: Kolonie byla pod německou správou v letech 1885–1916, resp. 1919.) Heinrich Böhler na trám z ušlechtilého dřeva osadil dvě cílové značky ve tvaru kužele, jejichž vzdálenost určil polními etalonu metru [29]; autorům se nepodařilo získat tuto práci. Autorem pochvalné recenze s částečným popisem a shrnutím výsledků měření je zřejmě prof. Ernst Hermann Heinrich von Hammer, účastník evropských stupňových měření [30]. Podle tohoto textu H. Böhler spojil koncové body triangulační základny polygonovým pořadem o 5 vrcholech s délkou stran asi $40,2$ m. Na každé ze stran byla vodorovná lať umístěna kolmo uprostřed měřené délky; úhly byly měřeny z koncových bodů vteřinovým teodolitem Hildebrand. Triangulační základna délky $192,7578$ m byla z 10 opakovaných měření určena se střední chybou $3,2$ mm; relativní chyba dosahuje po zaokrouhlení hodnoty $1 : 60\,240$. Postup byl připomenut i v české literatuře ([25], s. 165, s nepřesnou bibliografií). Podle publikace [14] koeficient lineární teplotní roztažnosti dřevěného trámu v radiálním směru (ve směru letokruhů) má hodnoty 10 až 15x vyšší než v podélném směru a v tangenciálním směru (napříč letokruhy) jsou 1,5 až 1,8x vyšší nežli v radiálním. Tabulka podle Kollmana a Côtého z roku 1968 uvádí rozsah podélné roztažnosti α od $3,17 \cdot 10^{-6}$ pro topol po $4,59 \cdot 10^{-6}$ pro sekvoj. Autoři se domnívají, že hodnoty, které uvedli v tab. 2, lze jako orientační použít i pro případ afrických dřevin – pokud ovšem byly pro zmíněné měření použity. Otázkou zůstává provádění kalibrace vzdálenosti cílových značek lať v průběhu měření. (Poznámka: svislá lať, vyrobená koncem 19. století z několika druhů dřev, patří do soupravy tzv. definitivně ustálené logaritmicko-tachymetrické metody vynikajícího geodeta a lesníka Ing. Antonína Tichého, měla roztažnost $\alpha = 8,9 \cdot 10^{-6}$.)

3.4 Invarové měřítkové latě

Invarové měřítkové latě jsou měřidla používaná pro blízkou fotogrammetrii, kdy slouží pro přenos měřítka (rozměru) při tvorbě 3D modelů objektů a kontrole kvality výroby. Výrobce Brunson u své měřítkové latě 803-M (obr. 11) uvádí hodnotu teplotní roztažnosti $1,26 \mu\text{m}/^{\circ}\text{C}$. Svým principem se v případě tohoto měřidla jedná podle názoru autorů o „potomky“ invarových základnových latí. Latě jsou tvořeny zpravidla setem několika dílů mnohdy různých rozměrů, které je možné spojovat do latě různých délek podle potřeby uživatele. Toleranci v délce jednotlivého dílu výrobce uvádí $3 \mu\text{m}$. Tento údaj lze na základě zkušeností z kalibrací těchto měřidel prováděných v kalibrační laboratoři VÚGTK potvrdit i v delší časové periodě. Tyto měřítkové latě je možné osadit i odraznými hranoly a využít je pro měření s lasertrackery během průmyslových a metrologických měření.

Obdobné speciální latě délky až 3 m byly používány pro určení rozměru základny v některých teodolitových systémech přesných průmyslových měření IMS (Industrial Measuring System), založených na 3D protínání vpřed s použitím 2 až 16 teodolitů (MTS, Multiple-Theo-Systeme).

Přesnost určení délky základny z rozměru laťe, postavené v jejím středu nebo častěji umístěné v blízkosti měřeného objektu a zaměřené obdobou Hansenovy úlohy, je rozhodující pro celkovou přesnost. Ta je udávána relativní přesností až $1 : 1 \cdot 10^{-5}$. (Prvním byl systém AIMS americké firmy Keuffel & Esser z roku 1980, 4. generace zejména firm Kern a Wild v roce 1996.) Latě byly vyráběny též z uhlíkatých kompozitních materiálů (např. [31], s. 398).

3.5 Další aplikace

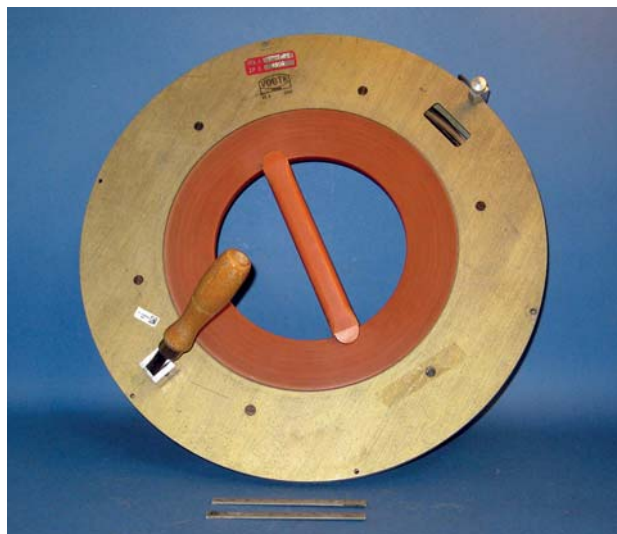
Firma Kern & Co. Aarau ve spolupráci s vysokou školou ETH Curych vyráběla mechanický přístroj Distometer ISETH, jehož základem je invarový drát. Sloužil pro přesná měření délkových změn do velikosti 100 mm pro délky 1 m až 50 m se speciálně stabilizovanými koncovými body. Do 20 m délky byla uváděna přesnost $0,02$ mm, pro větší délky $1 \cdot 10^{-6}$. Typickým použitím bylo měření vzájemných posunů stavebních částí (obr. 12). Podle vzpomínek staršího z autorů byl tento přístroj instalován na Karlově mostě v Praze při jeho rekonstrukci v letech 1965–1978.



Obr. 11 Invarová měřítková lať, zdroj: www.brunson.us



Obr. 12 Prospekt Kern ISETH, zdroj: www.google.com



Obr. 13 Invarové pásmo VÚGTK, foto: autoři

Geodetům pracujícím v oboru inženýrské geodézie jsou známy strunové extenzometry, používané při statických zátěžových zkouškách mostů. Při délce invarového drátu 10 m se uvádí přesnost určení průhybu mostovky 0,05 mm. Jejich méně přesnou, ale jednodušší a realizovatelnou alternativou je podle konfigurace stavby a terénu nejčastěji modifikovaná přesná nivelace [32].

V roce 1913 konstruoval František Köhler (1876–1919), rektor Vysoké školy báňské v Příbrami, obdobu Jäderin-Carpentierova přístroje. Souprava byla určena „pro přesné měření stran katastrálních, městských a důlních řetězců, sítí a polygonů“. Postup byl sice časově dvakrát delší než při běžném měření pásmem, ale udávaná relativní přesnost byla $7 \cdot 10^{-6}$ pro variantu s invarovým pásmem a $23 \cdot 10^{-6}$ pro variantu s ocelovým pásmem. Invarové pásmo délky 24 m dodala londýnská firma J. Baugh, etalování provedla National Physical Laboratory v Londýně. Stupnice a další pomůcky pocházely z pražské dílny bratří Fričů ([33], s. 129–137).

Určitým zjednodušením základnových měřidel je souprava ocelového pásma s čtecími mikroskopy, vyvinutá ve 2. polovině 20. století ve VÚGTK s uváděnou přesností 0,02 mm pro délku 30 m, tj. $1 : 1\,500\,000$ [34]. VÚGTK též vyráběl v 70. letech minulého století invarová pásma (20 m \times 10 mm \times 0,8 mm, 1,37 kg) s otvory po 0,1 m, do nichž se vkládaly u konců měřené délky stupničky s milimetrovým dělením. Pásma se transportovala navinutá na bubnu o průměru 365 mm v plochem pouzdru (obr. 13). Obě varianty byly používány (případně s napínacími berlemi a závažími) v inženýrské geodézii, např. při budování strojírských mikrosítí.

4. Závěr

Vynález invaru a jeho použití se stalo jedním z významných bodů historie nejen zeměměřictví, ale i řady dalších oborů (např. letectví, jemné opto-mechaniky). Prakticky ve stejnou dobu probíhaly základní konstrukční změny geodetických přístrojů, zejména teodolitů a niveláčnických přístrojů. Spojení „nových přístrojů“ a invarových měřidel umožnilo poté realizaci významných změn měřických postupů a aplikace v nových oborech.

LITERATURA:

- [1] Česká agentura pro standardizaci: ČSN EN 61249-7-1:1996, Materiály pro propojovací struktury. Část 7: Dílčí specifikace pro jádra z bezdilatačních materiálů. Oddíl 1: Měď/invar/ měď.
- [2] SLM Solutions Group AG: Fe-Alloy Invar 36® / 1.3912[1]. [online]. [cit. 24-01-2023]. Dostupné na: https://www.slm-solutions.com/fileadmin/Content/Powder/MDS/MDS_Fe-Alloy_Invar36_0219_EN.pdf.
- [3] Allegheny Technologies Incorporated: ATI 36TM. [online]. Dostupné na: https://www.atimaterials.com/Products/Documents/datasheets/nickel-cobalt/specialpurposealloys/ati_36_tds_en_v2.pdf.
- [4] Wikipedie, otevřená encyklopedie: Invar. [online]. [cit. 30-03-2022]. Dostupné na: <https://en.wikipedia.org/wiki/Invar>.
- [5] Metalcor GmbH: Alloy 36 Data Sheet. [online]. [cit. 24-01-2023]. Dostupné na: <http://www.metalcor.de/en/datenblatt/79/>.
- [6] RYŠAVÝ, J.: *Vyšší geodesie*. Praha, Česká matice technická 1947.
- [7] Wikipedie, otevřená encyklopedie: Charles Édouard Guillaume. [online]. [cit. 30-03-2022]. Dostupné na: https://en.wikipedia.org/wiki/Charles_Édouard_Guillaume.
- [8] REINHERZ, C.-FÖRSTER, G.: *Geodäsie*. Berlin und Leipzig, Vereinigung wissenschaftlicher Verleger 1920.
- [9] The Nobel Prize: The Nobel Prize in Physics 1920. [online]. [cit. 30-03-2022]. Dostupné na: <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1920-summary/>.
- [10] Wikipedie, otevřená encyklopedie: Elinvar. [online]. [cit. 30-03-2022]. Dostupné na: <https://en.wikipedia.org/wiki/Elinvar>.
- [11] Patterson, S R. Interferometric measurement of the dimensional stability of superinvar. [Thermal expansion; microcreep; strain rate; welding effects]. United States: N. p., 1988. Web. doi:10.2172/5133177.
- [12] Sekonic Metal Technology Development Co.,Ltd.: Super Invar (4J32). [online]. [cit.2023-04-13]. Dostupné na: <https://www.alloyscn.com/super-invar-4j32.html>.
- [13] RYŠAVÝ, J.: *Geodesie*. Praha, SNTL 1953.
- [14] BORŮVKA, V.-BABIAK, M.: *Vlastnosti dřeva v příkladech*. 1. vydání. Praha, ČZU 2016. 139 s. ISBN 978-80-213-2618-7.
- [15] Ulbrich Stainless Steels & Special Metals, Inc.: Alloy 36, UNK K93600. [online]. [cit. 24-01-2023]. Dostupné na: <https://d2ykdmdow87jzd.cloudfront.net/data-sheets/ALLOY-36-UNS-K93600.pdf>.
- [16] HÁNEK, P.: *Besselův elipsoid 1841*. GaKO 67 (109), 2021, č. 11, s. 255-261.
- [17] NOVOTNÝ, F.: *Geodésie vyšší*, I. díl. Praha, ČMT 1909.
- [18] JORDAN, W.-EGGERT, O.: *Handbuch der Vermessungskunde*. 3. díl, 1. svazek. Stuttgart, J. B. Metzlersche Verlagsbuchhandlung 1939.
- [19] BÖHM, J.: *Měření nových geodetických základů v Čechách*. Zeměměřický obzor 6/33, 1945, č. 1, s. 4-12; č. 2, s. 17-25; č. 3, s. 40-45; č. 4, s. 49-57.
- [20] HAUF, M. a kol.: *Geodézie*. Praha, SNTL 1982.
- [21] ADÁMEK, J.: *Komparace čs. invarových drátů v Praze a v Moskvě v r. 1954*. Technická zpráva, strojopis. Praha, VÚGTK 1954.
- [22] ŠVEJDA, A.-HÁNEK, P.-HÁNEK, P. ml.-ŠOLC, M.: *Jak se měří svět. Astronomické a geodetické přístroje*. Praha, NTM 2021. ISBN 978-80-7037-357-6.
- [23] ScienceDirect: [online]. [cit. 30-03-2022]. Dostupné na: <https://www.sciencedirect.com/topics/chemistry/invar>.
- [24] HÁNEK, P.-HÁNEK, P. ml.: *Zeměměřictví v zrcadle času (Data z dějin oboru)*. 3. vydání, Praha, ČVUT – FSv 2022. ISBN 978-80-01-06943-1.
- [25] RYŠAVÝ, J.: *Praktická geometrie (Nižší geodesie)*. 1. vydání. Praha, ČMT 1941.
- [26] Wikipedie, otevřená encyklopedie: Soubor Bala. Fantagu, 2007, [online]. [30-03-2022]. Dostupné na: <https://cs.m.wikipedia.org/wiki/Soubor:Bala.jpg>.
- [27] KRUMPHANZL, V.: *Inženýrská geodézie I. Základy vytyčovacíh prací*. Praha, SNTL/SVTL 1966.
- [28] ADÁMEK, J.: *Paralaktické měření vzdáleností vysoké přesnosti*. Výzkumná zpráva č. 109. Praha, VÚGTK 1962.
- [29] BÖHLER, H.: *Beschreibung des Basismessverfahrens mittels horizontaler Distanzlatte*. (Přetisk z: Mitteilungen aus den deutschen Schutzgebieten, sv. 18, sešit 1.) Berlín, E. S. Mittler & Sohn 1905.
- [30] HAMMER, E.: recenze publikace H. Böhlera, Zeitschrift für Instrumentenkunde, ročník XXVI., 1906, s. 88-89.

- [31] DEUMLICH, F.-STAIGER, R.: *Instrumentenkunde der Vermessungstechnik*. 9. přepracované vydání. Heidelberg, Herbert Wichmann Verlag 2002, ISBN 3-87907-305-8, s. 281.
- [32] BOUŠKA, P.-ZÁRUBA, J.-HÁNEK, P.-JANŽUROVÁ, I.: *Přesnost měřických metod při statických zatěžovacích zkouškách mostních konstrukcí*. Stavební obzor 9, 2000, č. 5, s. 143-147.
- [33] HÁNEK, P.: *Ke 100. výročí založení Stolic geodésie a důlního měřictví na Vysoké škole báňské v Příbrami*. In: *Z dějin geodézie a kartografie 14, Rozpravy NTM v Praze 211*. Praha, NTM 2010.
- [34] HÁNEK, P.-HÁNEK, P. ml.: *K měření délek*. In: *Z dějin geodézie a kartografie 18, Rozpravy NTM v Praze 225*. Praha, NTM 2016, s. 186-196.
- [35] Výzkumný ústav geodetický, topografický a kartografický, v. v. i., Národní technické muzeum: *Zeměměřické a astronomické přístroje používané na území ČR od 16. do konce 20. století*. [online]. [30-03-2022]. Dostupné na: <http://www.surveyinginstruments.org>.

Do redakce došlo: 9. 3. 2023

Lektoroval:
Mgr. Petr Křen,
Český metrologický institut